

## Динамо: на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту

Д.Д. Соколов, Р.А. Степанов, П.Г. Фрик

*Вопрос о возникновении и последующей эволюции магнитных полей небесных тел, составляющий предмет теории динамо, интересовал Я.Б. Зельдовича многие годы. За прошедшее с тех пор время изучение процесса динамо, бывшее тогда частью астрофизики и геофизики, превратилось в полноценную область физики: стало возможным изучение процесса динамо в ходе лабораторного физического эксперимента. В обзоре рассказывается как о самих лабораторных динамо-экспериментах (в частности, об экспериментах, проведённых в нашей стране), так и о том, к каким изменениям в теории и в её астрофизических приложениях привела возможность экспериментальной и вычислительной верификации теоретических идей.*

PACS numbers: 07.55.Db, 41.20.-q, 91.25.-r, 96.12.Hg, 96.60.Hv

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201403g.0313

### Содержание

1. Введение. Что такое динамо? (313).
  2. Теория вопроса (317).
    - 2.1. Структура электродвижущей силы  $\mathcal{E}^{\vec{B}}$ .
    - 2.2. Структура электродвижущей силы  $\mathcal{E}^{(0)}$ .
    - 2.3. Подходы к вычислению транспортных коэффициентов.
  3. Почему так труден лабораторный динамо-эксперимент (320).
  4. Динамо-эксперименты (321).
  5. Экспериментальная верификация отдельных элементов динамо (326).
  6. Лабораторные эксперименты в контексте астрофизических динамо (327).
  7. Успехи вычислительных экспериментов (330).
    - 7.1. Метод тестового поля.
    - 7.2. Комбинированные модели.
  8. Заключение (333).
- Список литературы (333).

### 1. Введение. Что такое динамо?

Изучение магнетизма обычно ассоциируется с исследованием упорядочения спинов, квантовой физикой твёр-

дого тела и другими разделами физики, составившими славные страницы научной истории XX в. Именно этот круг задач включается в нашей стране в программу конференций по магнетизму, в состав научных классификаторов, в тематику диссертационных советов и фондов. Однако наряду с этими, бесспорно интересными, разделами к числу магнитных явлений трудно не отнести существование магнитного поля у Земли и, как показывают данные космических станций, у ряда других планет. Широко известен 11-летний цикл магнитной активности Солнца (см., например, [1]), а сейчас открыты циклы магнитной активности многих других звёзд (см., например, [2]). Ещё Ферми ([3], см. также [4]), обдумывая данные о распределении космических лучей, пришёл к выводу о том, что наша Галактика — Млечный Путь — представляет собой гигантский магнит, а позднее такие магнитные поля были обнаружены методами радиоастрономии у ряда спиральных галактик [5]. Во всех этих случаях пространственный масштаб магнитных полей оказывается сопоставимым с размером соответствующих небесных тел, а энергия — достаточной для того, чтобы эти магнитные поля могли играть заметную роль по крайней мере в некоторых физических процессах, протекающих в соответствующих небесных телах. Изучение происхождения и эволюции космических магнитных полей представляет как очевидный познавательный, так и практический интерес.

Квазистационарные и крупномасштабные магнитные поля в очень разреженной межзвёздной среде галактик или в горячей плазме звёзд вряд ли разумно связывать с какими-нибудь квантовыми или релятивистскими процессами. Чуть менее очевидна принадлежность к области классической физики проблем магнетизма Земли, поэтому на периферии научной мысли время от времени возникает идея об огромном ферромагнитном теле внутри Земли, порождающем геомагнитное поле. Например, её обсуждает Дж. Свифт в третьей, насыщенной

Д.Д. Соколов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, 119991 Москва, Российская Федерация  
Тел. (495) 939-10-33, (495) 939-23-46. E-mail: sokoloff.dd@gmail.com  
Р.А. Степанов. Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королёва 1, 614013 Пермь, Российская Федерация;  
E-mail: rodion@icmm.ru  
Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Комсомольский просп. 29, 614990 Пермь, Российская Федерация  
П.Г. Фрик. Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королёва 1, 614013 Пермь, Российская Федерация  
E-mail: frick@icmm.ru

Статья поступила 1 октября 2013 г.

самыми разнообразными и парадоксальными научными идеями, части "Путешествий Гулливера". Однако научное сообщество решительно отменяет эту возможность, указывая, например, на то, что в недрах Земли температура высокая, а ферромагнетизм исчезает за точкой Кюри. Поэтому ферромагнитные явления привлекаются лишь для объяснения хотя и важных, но локальных особенностей геомагнитного поля вроде Курской магнитной аномалии, существование которой действительно связано с огромными железорудными месторождениями.

Ещё в 1919 г. Дж. Лармор [6] понял, что если не привлекать какие-то неизвестные фундаментальные взаимодействия (а такие попытки, конечно, были, но не увенчались успехом), то для объяснения космического магнетизма остаётся лишь явление электромагнитной индукции. Это было время стремительного развития автомобильной промышленности, так что не только футбольные команды и станции метро, но и предложенная Лармором концепция оказались названными по имени одной из деталей автомобильного двигателя. Так возникло представление о динамо.

Научная реализация идеи Лармора оказалась достаточно сложной. Здравый смысл подсказывает, что образование магнитного поля с помощью механизма динамо должно иметь характер некоторой неустойчивости. Например, такая неустойчивость должна приводить к образованию магнитного поля Солнца, причём инкремент этой неустойчивости должен быть комплексным. Действительная часть его характеризует рост магнитного поля на линейной стадии его эволюции, которая со временем гасится какими-то нелинейными эффектами, а мнимая часть даёт длительность цикла. Конечно, из этой схемы выпадают некоторые частности, относящиеся к описанию ситуаций, в которых магнитное поле вносится в среду внешним источником.

Проблема, однако, в том, что явление электромагнитной индукции даёт отрицательную обратную связь между исходным и новым магнитным полем. Это фиксирует, например, правило Ленца, которое, хочется надеяться, ещё изучают в средней школе. Правило Ленца, естественно, мешает возникновению динамо. Для того чтобы его обойти, приходится рассматривать, говоря языком электротехники, электромагнитную индукцию в двух связанных контурах, так что первый контур наводит магнитное поле во втором, а второй — в первом, а в результате появляется положительная обратная связь и искомая неустойчивость.

Доведение этой идеи до конкретной реализации оказалось очень непростой задачей и потребовало многолетних усилий физиков и астрономов, причём история осознания связей между различными сторонами проблемы была очень запутанной и местами напоминает детективный роман. Ясно, что динамо может возникать лишь в хорошо проводящей среде, в которой индукционные эффекты побеждают диссипативные. Однако в такой среде магнитное поле заморожено (или почти заморожено) в среду, так что магнитные линии текут вместе со средой. Как же тогда может возникать неустойчивость, приводящая к экспоненциальному росту магнитного поля, т.е. как на месте одной магнитной линии можно получить две?

Этот вопрос был осознан исследователями уже после того, как были построены первые жизнеспособные мо-

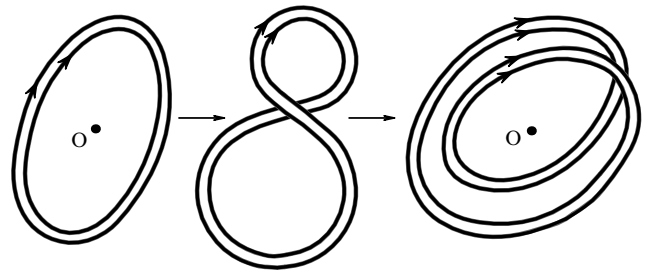


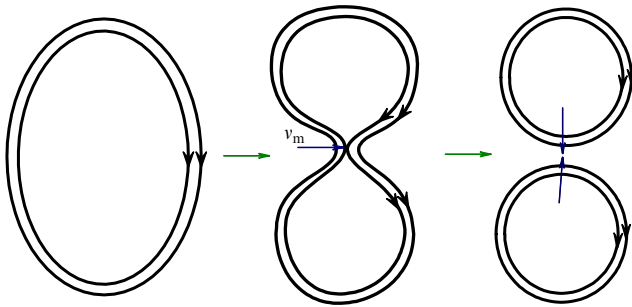
Рис. 1. Восьмёрка Зельдовича: магнитная петля растягивается, переворачивается и складывается вдвое, а магнитный поток при этом удваивается. Магнитная диффузия нужна только для того, чтобы загладить магнитное поле в том месте, где было перекручивание петли.

дели динамо, однако мы отвлечёмся здесь от хронологии. Ответ на него составляет один из важных вкладов Я.Б. Зельдовича в разработку концепции динамо. Представим себе (рис. 1) магнитную петлю, лежащую в плоскости  $x, y$ , которая растягивается вдвое несжимаемым течением вдоль оси  $x$ . При этом напряжённость магнитного поля возрастает вдвое, поперечное сечение падает вдвое, а магнитный поток сохраняется. Далее течение изменяет свой характер — оно не растягивает петлю, а выводит её из плоскости, перекручивает и складывает в восьмёрку, после чего две половинки восьмёрки накладываются друг на друга. Нетрудно видеть, что в этом случае магнитный поток через площадку, пересекающую обе половинки восьмёрки, удваивается. Далее процедура повторяется многократно, что и приводит к экспоненциальному росту магнитного поля.

Это — знаменитая восьмёрка Зельдовича, или, по-английски, stretch-twist-fold process. По преданию, которое ЯБ никогда не оспаривал, он впервые продемонстрировал эту схему во время дискуссии на конференции в Кракове, используя в качестве модели магнитной петли ремень, который он одолжил у одного из участников конференции. Зельдович совершенно не был рассеянным учёным-чудаком, который не заботится о своих идеях. Однако в 1970-е годы ему, вероятно, казалось, что выступление с замечанием на международной научной конференции уже является формой публикации (современный закон о печати действительно стоит на этой точке зрения). Во всяком случае, он не нашёл нужным посвятить этой своей идее специальную публикацию. Видимо, во время конференции он был в состоянии эйфории — даже в Польшу трижды Героя Социалистического Труда пускали с трудом, и это было для него событием. Конечно, эта схема была позднее рассмотрена во многих работах (впервые, вероятно, в [7])<sup>1</sup>, часть из которых написана ЯБ со своими сотрудниками (он не любил говорить — "с учениками"), но авторство Зельдовича никем не оспаривается [13].

Концепция восьмёрки Зельдовича помогает разобраться в возможных реализациях механизма динамо. Во-первых, можно сыграть на том, что магнитные линии всё же не совершенно заморожены в среду, а могут слегка отделяться от движущейся среды. Другими словами,

<sup>1</sup> Проблема динамо и родственные темы многократно возникали в то время на страницах *УФН* как в работах самого Зельдовича (см., например, [8, 9]), так и в работах его сотрудников [10, 11] и коллег (см., например, [12]).



**Рис. 2.** Процесс Альвена: магнитная петля растягивается, сплющивается и разрывается в результате работы магнитной диффузии, а потом получившиеся петли накладываются друг на друга. Магнитный поток при этом удваивается, однако процесс включает работу малой диффузии, поэтому он медленный.

можно пробовать построить динамо, в котором скорость роста магнитного поля существенно зависит от коэффициента магнитной диффузии, а магнитные линии могут пере замыкаться при работе динамо. Соответствующую картину эволюции магнитных линий предложил Альвен [14] (разумеется, он ничего не знал о восьмёрке Зельдовича, схему процесса Альвена см. на рис. 2): магнитная петля изгибается так, что два её удалённых участка приближаются друг к другу, происходит пере замыкание, петля распадается на две, они вытягиваются и накладываются друг на друга, так что магнитный поток удваивается.

Другой конкретный пример динамо, зависимый от магнитной диффузии, показан в работе Пономаренко [15]: магнитное поле экспоненциально нарастает во вращающейся проводящей струе, окружённой также проводящей средой. Эта работа рассматривается как классическая и приоритетная и имеет многочисленные применения (см. далее раздел 4). Показательно, однако, что в памяти специалистов практически не сохранилось биографических сведений об её авторе, известно лишь, что он работал в ИЗМИРАНе (Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн имени Н.В. Пушкова РАН).

Путь, предложенный Пономаренко, требует достаточно специальных течений, не очень характерных для небесных тел, поэтому он оказался не столь востребованным в астрофизике. Более важно даже, что с участием медленного процесса — магнитной диффузии — трудно получить изменения солнечного магнитного поля с периодом в 11 лет, ничтожным по астрономическим масштабам. Возникает противопоставление медленного (связанного с магнитной диффузией) и быстрого динамо, в котором магнитная диффузия нужна лишь для того, чтобы немного сгладить магнитное поле, выросшее в результате действия восьмёрки. Противопоставление быстрого и медленного динамо по роли в них магнитной диффузии тоже возникло в научной группе Зельдовича. В тот момент появилась возможность писать статьи и даже книги по-английски для иностранных журналов и издательств, поэтому эти термины возникли как английские слова *fast* и *slow*, хотя сейчас видно, что в первом случае лучше было бы, возможно, сказать *quick*. Тем не менее Scientific English принял эту терминологию.

Внесём в представление о динамо ещё одну идею (исторически она далась с большим трудом): нет необходимости тщательно подбирать подходящие поля скорости,

достаточно рассматривать случайные, скажем, турбулентные или конвективные потоки. В них интересующая нас конфигурация возникнет рано или поздно в силу игры случая, лишь бы её не запрещали свойства симметрии случайного поля скорости. Конечно, и магнитное поле, растущее в случайном потоке, тоже является случайным. Нужно фиксировать, в каком смысле должно расти магнитное поле: интересует ли нас рост средней магнитной энергии либо мы озабочены ростом данной реализации магнитного поля (говоря на языке теории вероятностей, рост с вероятностью 1). Сама возможность изучать случайные физические поля не обязательно в рамках средних величин, а также и в рамках индивидуальных реализаций вошла в физику прежде всего в теории локализации Мотта — Андерсона, однако параллельно она развивалась в теории динамо Зельдовичем и его сотрудниками [16]. Отметим, что над только что цитированной книгой, как описывается в предисловии к ней, Яков Борисович работал в день своей смерти. К сожалению, книга до сих пор не переведена на русский язык и малодоступна отечественному читателю.

Теперь мы снова оказываемся у развилки: в восьмёрки петли можно складывать, не выделяя одного направления поворота, а поворачивать их влево и вправо равновероятно. В этом случае мы вряд ли получим ненулевое среднее магнитное поле, так что речь может идти о росте средней магнитной энергии. Фактически эту идею разработал А.П. Казанцев [17], который в 1967 г. предложил уравнение для корреляционной функции магнитного поля в отражательно-симметричном потоке (напомним, что мы излагаем события в логической, а не хронологической последовательности; Казанцев сформулировал своё уравнение за десять лет до появления схемы Зельдовича и не задумывался о его месте в рамках теории динамо). Это уравнение, которое вошло в науку как уравнение Казанцева, действительно имеет решения, экспоненциально растущие при достаточно малой диссипации. Отметим, что в том же году это же уравнение получили независимо, хотя и несколько позже, американские физики Крейчман и Нагараджан [18], однако отечественный приоритет в этой области получил международное признание.

Для того чтобы получить среднее — читай, крупномасштабное — магнитное поле, которое представляет наибольший интерес для астрономии, нужно складывать магнитные петли, давая предпочтение одной из их ориентаций. Другими словами, нужно нарушить отражательную симметрию течения. Это впервые осознал в 1955 г. известный американский астроном Ю. Паркер [19], который построил на основе этой идеи простую, но жизнеспособную модель солнечного цикла. Работа Паркера основана на серии догадок, которые оказались правильными. Эти идеи стали физической теорией после исторической работы Штеенбека, Краузе и Рэдлера [20], которые написали её на десятилетие позже работы Паркера, но даже не подозревали о существовании последней. Отметим, что М. Штеенбек был президентом Академии наук ГДР, а до этого долгое время и не по своей воле работал в Сухуми. Он оставил интересные воспоминания о своей жизни, которые были переведены в годы перестройки на русский язык, но затерялись в потоке литературы того времени.

Так сложилось представление об  $\alpha$ -эффекте, который параметризует зеркальную асимметрию конвекции или

турбулентности при описании среднего магнитного поля. Электродвижущая сила (ЭДС)  $\mathcal{E}$  как-то параметризуется с помощью магнитного поля  $\mathbf{B}$ , при этом обычно  $\mathcal{E}$  перпендикулярна  $\mathbf{B}$ . Анализ симметрий уравнений Максвелла (для квазистационарного магнитного поля они сводятся к одному уравнению — уравнению индукции) показывает, что рост магнитного поля легко получить, если у  $\mathcal{E}$  есть компонента, параллельная  $\mathbf{B}$ . Однако  $\mathcal{E}$  — обычный вектор, а  $\mathbf{B}$  — псевдовектор, поэтому нужен псевдоскаляр  $\alpha$  для того, чтобы написать

$$\mathcal{E} = \alpha \mathbf{B} + \dots \quad (1)$$

Зеркальная асимметрия потока и даёт возможность получить искомый псевдоскаляр  $\alpha$ . Физической причиной его возникновения служит, например, действие силы Кориолиса на вихри, всплывающие и расширяющиеся либо погружающиеся и сжимающиеся в стратифицированной вращающейся турбулентности. В принципе, эта картина вполне вписывается в стандартные аргументы, которые приводят к уравнениям Максвелла в среде. Может быть, лучше сказать — вывод Максвеллом своих уравнений можно рассматривать как первый пример вывода уравнений среднего поля в случайной среде.

Если бы Максвелл при выводе своих уравнений задумывался о проблемах зеркально асимметричных (говорят также — киральных) сред, то он вполне мог бы прийти к уравнениям среднего поля, полученным Штеенбеком и его сотрудниками. Во всяком случае, параметризация  $\alpha$  через угловую скорость и градиент плотности, предложенная Ф. Краузе в своей дипломной работе, которую он тоже не потрудился опубликовать и результатами которой специалисты пользовались десятилетиями, лежит вполне в русле стандартных оценок параметров среды из известных учебников по электродинамике.

$\alpha$ -эффект играет ключевую роль в астрофизических динамо, поэтому полезно привести простейшую формулу, по которой в заданном потоке хорошо проводящей жидкости вычисляется этот эффект:

$$\alpha = \frac{\tau(\mathbf{v} \cdot \text{rot } \mathbf{v})}{3}, \quad (2)$$

где скобки означают осреднение по ансамблю турбулентных вихрей,  $\tau$  — время памяти,  $\mathbf{v}$  — среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций. Видно, что  $\alpha$ -эффект определяется плотностью спиральности течения. Иными словами, спиральность и другие явления, связанные с нарушением зеркальной симметрии, которые не очень важны для классических областей физики, существенны не только в микромире, но и в макроявлениях, изучаемых в теории динамо. Отметим здесь, что наряду с решением (2)  $\alpha$ -эффект может иметь место в потоке, в котором спиральность строго равна нулю [21].

Из вышеизложенного ясно, что динамо не может возникнуть в очень простых течениях. Известен целый ряд утверждений (так называемых антидинамо-теорем), выделяющих течения, для которых динамо невозможны. Одно из наиболее известных ограничений такого рода принадлежит Зельдовичу [22] и утверждает, что поле скорости, линии тока которого расположены на системе параллельных плоскостей, не может давать динамо.

Подчеркнём, что, как отмечали, например, Зельдович и др. [23], экспоненциальный рост магнитного поля в

некоторых двумерных течениях возможен. Например, нетрудно проверить, что в бездивергентном поле скорости  $v_x = Cx$ ,  $v_y = -Cy$ ,  $v_z = 0$  экспоненциально растёт однородное магнитное поле, параллельное оси  $x$ . Поэтому утверждение Зельдовича, как всякая теорема, выполняется лишь при определённых условиях, фиксирующих понятие "динамо". Это понятие связывается с генерацией магнитных полей, не вызванных работой источников тока, находящихся на бесконечности. В работе Зельдовича 1956 г. [22] это условие выражено как требование существования конечных интегралов от различных комбинаций магнитного поля и поля скорости, а в приведённом примере эти условия с очевидностью нарушены. Отметим, что жанр статьи 1956 г. не предполагал формально-математического анализа соответствующего понимания динамо. Такой анализ был проведён позже Арнольдом и др. [24], причём выяснилось, что функциональное пространство, в котором должна ставиться задача динамо, не является одним из стандартных пространств функционального анализа (одним из пространств Лебега или Соболева), а определяется тем, что некий трёхкратный интеграл, выражающий магнитный момент, сходится в смысле главного значения. Нам неизвестны специальные математические работы, посвящённые теории операторов в таком пространстве, хотя они и были бы, возможно, интересны для физических приложений. Тем не менее проведённые Зельдовичем энергетические оценки в метрике этого пространства вполне допускают доработку до формально-математических утверждений. Отметим также, что Яков Борисович интересовался подобными методами доказательства диссипационных теорем начиная со своих первых научных работ [25].

Важно, что принятая Зельдовичем [22] формализация понятия динамо не является единственно возможной. В частности, можно рассматривать генерацию магнитного поля в пространственно однородном случайном потоке проводящей жидкости и понимать рост магнитного поля в смысле роста его среднего или среднеквадратичного значения. При этом понимании динамо, которое, конечно, было известно Зельдовичу, но не рассматривалось в его теореме, оказывается возможным [26].

Подчеркнём, что механизм динамо затрагивает лишь одну сторону проблемы космического магнетизма — как при наличии движений проводящей среды возникает магнитное поле. Вопрос о том, как это магнитное поле влияет на движение, представляет в данном контексте подчинённый интерес. Не менее интересна и постановка вопроса о том, откуда берутся сами движения и как на их возникновение влияет магнитное поле. В ответы на эти вопросы отечественные физики тоже внесли заметный вклад. Достаточно сказать, что один из основных механизмов такого рода — знаменитая магниторотационная неустойчивость — был открыт Е.П. Велиховым [27] (см. также [28]). Отметим также фундаментальный обзор [29].

Резюмируя, можно сказать, что изучение явления динамо вскрывает интересную физику. В частности, появление области физики, демонстративно не связанной ни с теорией относительности, ни с квантовой механикой, но не кажущейся тягостным реликтом позапрошлого века, видимо, иллюстрирует наметившуюся фрагментацию некогда единой физики на систему сравнительно изолированных наук, обменивающихся друг с

другом идеями, но не находящимися в отношении соподчинённости. До определённого времени изучение динамо всё-таки не находилось в центре внимания именно физики, а рассматривалось скорее как часть астрономии или геофизики, и к нему применялись мерки этих наук. Достаточно сказать, что до сих пор диссертации по палеомагнетизму, т.е. изучению эволюции геомагнитного поля в геологической истории Земли, приходится защищать по разделу "Физика твёрдой Земли", несмотря на то что все понимают, что эта эволюция обусловлена процессами в жидком внешнем ядре Земли. Однако палеомагнитная история Земли фиксируется в ферромагнитных составляющих твёрдых оболочек Земли, и это, а не физическая сущность процесса, определяет формальную структуру классификаторов.

Нам кажется, что такое периферийное положение динамо среди других физических процессов было связано с тем, что не получалось изучать явление динамо экспериментально, а наблюдательные подходы астрономии и палеомагнитологии всё же не совсем вписываются в основную линию развития физики — науки, внутренне связанной с экспериментом.

Оказывается, что эксперимент в области динамо — чрезвычайно трудная задача. Физика шла к нему начиная от пионерских работ советских и немецких физиков, выполненных в Саласпилсе близ Риги (Латвийская Республика) ещё в 1960-е годы. Отметим, что по принятому в СССР разделению труда, которое сейчас трудно рассматривать как продуманное, соответствующие исследования должны были быть сосредоточены именно в Латвии. Прорыв в экспериментальных работах по динамо наступил на рубеже нового тысячелетия, когда в том же Саласпилсе и в Карлсруэ (Германия) впервые удалось в лабораторном эксперименте наблюдать явление динамо. Важно, что развитие этих работ выросло в целое направление, которое экспериментально изучает динамо. Российским физикам в непростые годы после распада Советского Союза удалось включить в эти исследования и найти в них своё место.

Конечно, генетическая связь динамо с астрономией и геофизикой остаётся заметной и сейчас. Поэтому в настоящем обзоре мы рассматриваем результаты экспериментальных работ по изучению динамо на фоне моделей динамо в небесных телах.

## 2. Теория вопроса

Необходимым этапом решения любой задачи о динамо является рассмотрение уравнения индукции магнитного поля в движущейся электропроводящей среде,

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (3)$$

где  $\eta$  — постоянная магнитная вязкость (при необходимости можно рассматривать среды с переменной магнитной вязкостью),  $\mathbf{U}$  — скорость. Так или иначе, изучение динамо крутится вокруг решения этого уравнения в той или иной форме. Идея преобразовать его так, чтобы оно описывало поведение крупномасштабного поля, учитывая лишь статистические свойства мелкомасштабных полей, развивалась многие десятилетия. Далее мы кратко суммируем успехи, достигнутые на этом пути.

Следуя базовой идее подхода Рейнольдса к описанию турбулентности, нужно перейти к величинам  $\mathbf{B}$  и  $\bar{\mathbf{U}}$ ,

являющимися средними по реализациям. В теории динамо обычно говорят о полях, осреднённых по пространственным и временным масштабам, которые больше масштабов турбулентности (гипотеза о разделении масштабов, подразумевающая, что масштабы крупномасштабного магнитного поля существенно больше максимальных масштабов турбулентных течений). Величины  $\mathbf{b} = \mathbf{B} - \bar{\mathbf{B}}$  и  $\mathbf{u} = \mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}}$  будем рассматривать как флуктуации. Далее применяем правила осреднения Рейнольдса к уравнению (3) и получаем уравнение индукции среднего поля,

$$\partial_t \bar{\mathbf{B}} = \nabla \times (\bar{\mathbf{U}} \times \bar{\mathbf{B}} + \mathcal{E}) - \eta \nabla^2 \bar{\mathbf{B}}, \quad (4)$$

где  $\mathcal{E}$  — средняя электродвижущая сила, вызванная пульсациями магнитного поля и поля скорости,

$$\mathcal{E} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}. \quad (5)$$

В качестве следующего шага можно рассмотреть уравнение для пульсаций магнитного поля,

$$\partial_t \mathbf{b} = \nabla \times (\bar{\mathbf{U}} \times \mathbf{b} + \mathbf{u} \times \bar{\mathbf{B}} + (\mathbf{u} \times \mathbf{b})') + \eta \nabla^2 \mathbf{b}, \quad (6)$$

где  $(\mathbf{u} \times \mathbf{b})' = \mathbf{u} \times \mathbf{b} - \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$ , и немедленно обнаружить проблему замыкания, так как уравнение (6) содержит слагаемое второго порядка по флуктуациям. По сути дела, определение аналитической зависимости  $\mathcal{E}$  от средних полей  $\bar{\mathbf{B}}$  и  $\bar{\mathbf{U}}$  и статистических свойств флуктуаций  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{u}$  является краеугольным камнем теории динамо средних полей, применяемой к астрофизическим объектам.

Анализ механизмов усиления  $\mathbf{b}$ , представленных в виде трёх слагаемых под оператором ротора в уравнении (6), позволяет сделать следующий полезный шаг, рассмотрев две составляющие  $\mathbf{b}$ , а именно флуктуации  $\mathbf{b}_0$ , имеющие место независимо от наличия  $\bar{\mathbf{B}}$ , и флуктуации  $\mathbf{b}^{\bar{\mathbf{B}}}$ , которые возникают только за счёт генерации  $\bar{\mathbf{B}}$  и исчезают, если  $\bar{\mathbf{B}}$  затухает. Их вклады в  $\mathcal{E}$  тоже можно разделить:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{(0)} + \mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}}. \quad (7)$$

Составляющая  $\mathcal{E}^{(0)}$  возникает в случае существования внешних источников, поддерживающих фоновую магнитогидродинамическую (МГД) турбулентность и не зависит от  $\bar{\mathbf{B}}$ . Действие  $\mathcal{E}^{(0)}$  может способствовать генерации начального магнитного поля, но впоследствии с ростом  $\bar{\mathbf{B}}$  вклад пульсаций, не связанных с  $\bar{\mathbf{B}}$ , становится незначительным и, как правило,  $\mathcal{E}^{(0)}$  не рассматривается вовсе. Составляющая  $\mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}}$  включает в себя все механизмы генерации за счёт пульсаций, вызванных ростом  $\bar{\mathbf{B}}$ . На начальном этапе этот рост происходит в условиях чисто гидродинамической турбулентности, поддерживаемой какими-либо источниками. Впоследствии, когда магнитная и кинетическая энергии становятся сравнимыми, необходимо учитывать динамический аспект, который состоит в том, что в пульсациях поля скорости возникает аналогичная составляющая,  $\mathbf{u}^{\bar{\mathbf{B}}}$ . Основной и наиболее изученной составляющей является  $\mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}}$ . Представленное разложение турбулентного вклада в динамо-процесс сложилось исторически, в результате развития системы допущений и предположений, необходимых для решения уравнения (6), а также аналогичного уравнения для  $\mathbf{u}$ ,

которое здесь не приводится, но может быть найдено в большинстве работ на эту тему. Удобство разделения вкладов вида (7) состоит в последующей, достаточно прозрачной, параметризации  $\mathcal{E}$  через поля  $\bar{\mathbf{V}}$ ,  $\bar{\mathbf{U}}$  и их градиенты, а также статистические характеристики  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{u}$ .

### 2.1. Структура электродвижущей силы $\mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}}$

Для заданной точки пространства и времени  $\mathcal{E}$  может зависеть не только от значений  $\bar{\mathbf{U}}$ ,  $\mathbf{u}$  и  $\bar{\mathbf{V}}$  в этой точке, но и от их поведения в некоторой её окрестности. Первый шаг состоит в предположении о том, что  $\bar{\mathbf{V}}$  медленно меняется в окрестности этой точки, так что  $\mathcal{E}$  линейно зависит от компонент вектора  $\bar{\mathbf{V}}$  и его пространственных производных. Таким образом,  $\mathcal{E}$  может быть представлена в форме

$$\mathcal{E} = \mathcal{A} \cdot \bar{\mathbf{V}} + \mathcal{B} : \nabla \bar{\mathbf{V}}, \quad (8)$$

где тензоры  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ , второго и третьего ранга соответственно, есть средние величины, зависящие уже только от  $\bar{\mathbf{U}}$  и  $\mathbf{u}$ . Здесь и далее операция  $(\cdot)$  означает свёртку по одному индексу, а  $(\cdot)$  — свёртку по двум индексам. Разложенное на симметричную и кососимметричную части выражение (8) эквивалентно записи в векторном виде [30, 31]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & -\alpha \cdot \bar{\mathbf{V}} - \gamma \times \bar{\mathbf{V}} - \beta \cdot (\nabla \times \bar{\mathbf{V}}) - \\ & - \delta \times (\nabla \times \bar{\mathbf{V}}) - \kappa : (\nabla \bar{\mathbf{V}})^{(s)}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — симметричные тензоры второго ранга,  $\gamma$  и  $\delta$  — векторы,  $\kappa$  — тензор третьего ранга, и все они зависят только от  $\bar{\mathbf{U}}$  и  $\mathbf{u}$ .  $(\nabla \bar{\mathbf{V}})^{(s)}$  является симметричной частью тензора градиента  $\bar{\mathbf{V}}$ , т.е.  $(\nabla \bar{\mathbf{V}})^{(s)} = 1/2(\nabla \bar{\mathbf{V}} + \nabla \bar{\mathbf{V}}^T)$ .

Слагаемое с  $\alpha$  в (9) описывает  $\alpha$ -эффект, который в общем случае является анизотропным, а слагаемое с  $\gamma$  соответствует эффективному переносу  $\bar{\mathbf{V}}$  за счёт турбулентности, называемому иногда турбулентным диамагнетизмом. О нём впервые писал Зельдович в уже упоминавшейся работе [22]. Слагаемые с  $\beta$  и  $\delta$  могут интерпретироваться как эффекты турбулентной диффузии, которые в общем случае также анизотропны. Слагаемое с  $\kappa$  не играет особо выделенной роли, но необходимо для полноты разложения. Выражения для  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  и  $\kappa$  через тензоры  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  приведены, например, в [32].

Дальнейшие построения основываются на последовательном рассмотрении от самого простого случая — однородной изотропной зеркально-отражательной симметричной турбулентности при  $\bar{\mathbf{U}} = 0$  — до наиболее общего случая, который представим подробно. Рассмотрим турбулентные пульсации  $\mathbf{u}$ , которые характеризуются нарушением зеркальной симметрии, что означает отличное от нуля значение псевдоскалярной величины — спиральности  $\mathbf{u} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$ , а также наличием неоднородности энергии турбулентных пульсаций, определяемой вектором  $\mathbf{g} = (\nabla u^2)/u^2$ , где  $u = |\mathbf{u}|$ . Появление неизотропной и зеркально-несимметричной турбулентности может быть обусловлено действием силы Кориолиса, определяемой общим вращением  $\Omega$ , и градиента среднего поля скорости  $\nabla \bar{\mathbf{U}}$ . Для удобства  $\nabla \bar{\mathbf{U}}$  раскладывается на симметричную и антисимметричную части. Симметричная часть является тензором скорости деформации  $\mathbf{D} = 1/2(\nabla \bar{\mathbf{U}} + \nabla \bar{\mathbf{U}}^T)$  и описывает характер сдвиговой составляющей движения в окрестности рассматри-

ваемой точки. Благодаря условию несжимаемости  $\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}} = 0$  справедливо  $\text{tr}(\mathbf{D}) = 0$ . Антисимметричная часть описывает твердотельное вращение в окрестности рассматриваемой точки и определяется вектором  $\mathbf{W} = \nabla \times \bar{\mathbf{U}}$ .

Для определения структуры  $\mathcal{E}$  используются соображения симметрии как полных уравнений магнитной гидродинамики, так и уравнений (4) и (6). Если поля  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{U}$  и  $\Omega$  удовлетворяют этим уравнениям, то им будут удовлетворять и поля  $\mathbf{V}'$ ,  $\mathbf{U}'$ ,  $\Omega'$ , полученные из начальных вращением относительно некоторой оси, проходящей, например, через точку  $\mathbf{x} = 0$ . Аналогично, этим уравнениям будут удовлетворять поля  $\mathbf{V}' = -\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{U}' = -\mathbf{U}$  и  $\Omega' = -\Omega$ , полученные из начальных в результате отражения относительно некоторой плоскости, содержащей, например, точку  $\mathbf{x} = 0$ . Инвариантность к вращению приводит к выводу, что тензоры  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ , возникающие в (8),  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  и  $\kappa$  могут содержать только элементы единичного симметричного тензора второго ранга  $\delta_{ij}$  (символ дельты Кронекера) и единичного кососимметричного тензора третьего ранга  $\epsilon_{ijk}$  (символ Леви–Чивиты), векторов  $\mathbf{g}$ ,  $\Omega$  и  $\mathbf{W}$  и тензора  $\mathbf{D}$ . Также отметим, что  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  должны быть псевдотензорами, что означает:  $\alpha$ ,  $\delta$  и  $\kappa$  — псевдовеличины, а  $\gamma$  и  $\beta$  — обычные (полярные) величины. Общий вид  $\mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}}$  включает перечисленные конструкционные элементы следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{\bar{\mathbf{B}}} = & -\alpha^{(0)} \bar{\mathbf{V}} - \beta^{(0)} \nabla \times \bar{\mathbf{V}} - \\ & - (\delta^{(\Omega)} \Omega + \delta^{(W)} \mathbf{W}) \times (\nabla \times \bar{\mathbf{V}}) - \\ & - (\kappa^{(\Omega)} \Omega + \kappa^{(W)} \mathbf{W}) \cdot (\nabla \bar{\mathbf{V}})^{(s)} - \\ & - \beta^{(D)} \mathbf{D} \cdot (\nabla \times \bar{\mathbf{V}}) - \kappa^{(D)} \hat{\kappa}(\mathbf{D}) \cdot (\nabla \bar{\mathbf{V}})^{(s)} - \\ & - \alpha_1^{(\Omega)} (\mathbf{g} \cdot \Omega) \bar{\mathbf{V}} - \alpha_2^{(\Omega)} ((\Omega \cdot \bar{\mathbf{V}}) \mathbf{g} + (\mathbf{g} \cdot \bar{\mathbf{V}}) \Omega) - \\ & - \alpha_1^{(W)} (\mathbf{g} \cdot \mathbf{W}) \bar{\mathbf{V}} - \alpha_2^{(W)} ((\mathbf{W} \cdot \bar{\mathbf{V}}) \mathbf{g} + (\mathbf{g} \cdot \bar{\mathbf{V}}) \mathbf{W}) - \\ & - \alpha^{(D)} \hat{\alpha}(\mathbf{g}, \mathbf{D}) \cdot \bar{\mathbf{V}} - \\ & - (\gamma^{(0)} \mathbf{g} + \gamma^{(\Omega)} \mathbf{g} \times \Omega + \gamma^{(W)} \mathbf{g} \times \mathbf{W} + \gamma^{(D)} \mathbf{g} \cdot \mathbf{D}) \times \bar{\mathbf{V}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\hat{\kappa}(\mathbf{D})$  — тензор третьего ранга, определяемый как  $\hat{\kappa}_{ijk} = \epsilon_{ijl} D_{lk} + \epsilon_{ikl} D_{lj}$ ,  $\hat{\alpha}(\mathbf{g}, \mathbf{D})$  — симметричный тензор, определяемый выражением  $\hat{\alpha}_{ij} = (\epsilon_{ilm} D_{lj} + \epsilon_{jlm} D_{li}) g_m$ .

В первой строке (10) находятся классические транспортные коэффициенты  $\alpha^{(0)}$  и  $\beta^{(0)}$ , отвечающие за генерационный и диссипационный эффекты в однородной изотропной зеркально-несимметричной турбулентности. Во второй и третьей строке сгруппированы слагаемые, отвечающие за влияние общего вращения и локальной завихренности. Особенно отметим слагаемое при  $\delta^{(\Omega)}$  — это  $\Omega \times \mathbf{J}$ -эффект, обнаруженный Рэдлером<sup>2</sup> в 1969 г. [33] и возникающий во вращающейся турбулентности. Совместно с дифференциальным вращением он способен приводить к самовозбуждению магнитного поля (см., например, [34]). Свойственный большинству течений в астрофизических объектах сдвиг среднего поля скорости определяет эффекты в четвёртой строке (10). Несмотря на то что модели динамо, включающие сдвиг, используются давно, его особая роль в формировании крупномасштабного поля была выявлена лишь недавно в [35], где показано, что за счёт эффектов сдвига можно

<sup>2</sup> Иногда он называется эффектом Рэдлера.

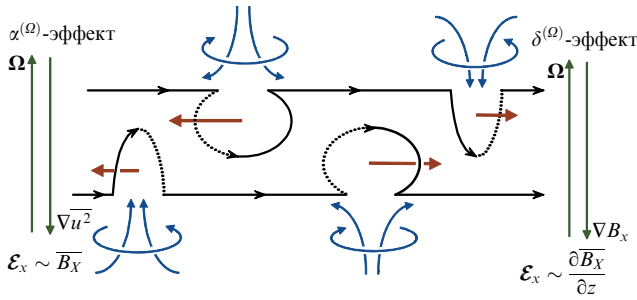


Рис. 3. Схема возникновения  $\alpha^{(\Omega)}$ - и  $\delta^{(\Omega)}$ -эффектов. Рисунок разработан в сотрудничестве с К.-Х. Рэдлером.

возбуждать крупномасштабное поле в спиральной турбулентности при больших числах Рейнольдса.

Оставшиеся слагаемые возникают в случае неоднородности энергии турбулентных пульсаций в направлении  $\mathbf{g}$ . Среди прочих можно особенно выделить слагаемое с  $\alpha_1^{(\Omega)}$ . Как видно, возникающая ЭДС действует в направлении  $\bar{\mathbf{B}}$ , аналогично классическому  $\alpha$ -эффекту. Однако здесь нарушение отражательной симметрии получается за счёт вращения. Рисунок 3 схематически иллюстрирует механизм этого эффекта и проводит аналогию с  $\delta$ -эффектом, упомянутым выше как  $\Omega \times \mathbf{J}$ -эффект. Для соблюдения симметрии рассмотрим четыре возмущения, два из которых направлены вверх, а два — вниз, при этом в каждой паре есть конвергентное и дивергентное движение. Под действием силы Кориолиса возмущения приобретут вращение по направлению общего вращения, задаваемого  $\Omega$ , и против него. Особо отметим, что получившаяся система вихрей имеет нулевую общую завихренность и нулевую общую спиральность. Каждое из рассматриваемых возмущений вытягивает из изначально горизонтального магнитного поля петлю<sup>3</sup> и поворачивает её так, что возникает составляющая ЭДС, направленная параллельно полю. Важно отметить, что ЭДС, создаваемые конвергентным и дивергентным вихрями, отличаются по величине в силу разницы площадей петлей. Если напряжённость двух силовых линий и интенсивность возмущений одинакова, то, как и ожидается, суммарный эффект будет равен нулю. Если же принять во внимание вертикальный градиент магнитного поля, как в  $\delta^{(\Omega)}$ -эффекте, или градиент интенсивности турбулентных пульсаций, как в  $\alpha^{(\Omega)}$ -эффекте, то вклад вихря внизу слева будет преобладать над контрпарным вихрем вверху справа, что даст ненулевое среднее.

Хорошо изученным является слагаемое с  $\gamma^{(0)}$  — так называемый эффект турбулентного диамагнетизма, открытый Зельдовичем в 1956 г. [22] и исследованный впоследствии в [36]. Самостоятельно этот эффект не участвует в динамо-цикле, но может существенно снижать порог генерации. Так, например, в рамках  $\alpha - \Omega$ -динамо в галактическом диске турбулентный диамагнетизм выталкивает магнитное поле из галактического гало в диск, что делает генерацию эффективнее [37]. Сделаем общее замечание, что  $\mathbf{W}$  и  $\Omega$  входят в (10) одинаково, однако соответствующие транспортные коэффициенты могут отличаться.

<sup>3</sup> Здесь можно провести аналогию с петлёй Паркера, но в его схеме для генерации среднего поля требуется преобладание вихрей со спиральностью одного знака.

## 2.2. Структура электродвижущей силы $\mathcal{E}^{(0)}$

Из самой идеи разделения  $\mathcal{E}$  на составляющие (7) следует, что  $\mathcal{E}^{(0)}$  может зависеть только от  $\mathbf{u}$  и  $\bar{\mathbf{U}}$ . Если предположить существование такой ЭДС, то  $\bar{\mathbf{W}}$  может неограниченно расти из абсолютного нуля даже в отсутствие вклада  $\mathcal{E}^{\mathbf{B}}$ . В этом случае можно сказать, что фоновая турбулентность играет роль внешней "батареи", усиливающей среднее поле  $\bar{\mathbf{W}}$ . Более правдоподобная картина может состоять в том, что  $\mathcal{E}^{(0)}$  служит источником затравочных полей, которые в дальнейшем подхватываются механизмами, включающими  $\mathcal{E}^{\mathbf{B}}$ . Этот вариант представляет особый интерес в контексте объяснения магнитных полей молодых галактик [38].

Рассмотрим общий вид  $\mathcal{E}^{(0)}$ , содержащий как хорошо известные, так и недавно добавленные составляющие [39]:

$$\mathcal{E}^{(0)} = c^{(U)} \bar{\mathbf{U}} + c^{(W)} \mathbf{W} + c^{(\Omega)} \Omega + c^{(g)} \mathbf{g} + c^{(gU)} \mathbf{g} \times \bar{\mathbf{U}} + c^{(g\Omega)} \mathbf{g} \times \Omega. \quad (11)$$

Первые три слагаемых присущи однородной изотропной турбулентности, а оставшиеся возникают в условии неоднородности, вызванной градиентом энергии турбулентных пульсаций  $\mathbf{g}$ . Также отметим, что для существования псевдоскаляров  $c^{(W)}$ ,  $c^{(\Omega)}$  и  $c^{(gU)}$  требуется нарушение зеркальной симметрии. Эффект, связанный с действием второго и третьего слагаемого, часто называют "кросс-спиральным" или эффектом Йошизавы [40, 41]. Проявление этого эффекта в контексте динамо в так называемом ABC-потоке (Archontis dymano) было показано в работе [42]. Систематическое изложение динамо-эффекта, возникающего за счёт перекрёстной спиральности, со множеством наглядных примеров может быть найдено в [43].

## 2.3. Подходы к вычислению транспортных коэффициентов

Наиболее распространённым подходом к вычислению транспортных коэффициентов, встречающихся в выражениях (10) и (11), является корреляционное приближение второго порядка (SOCA). Этот подход развивался вместе с электродинамикой средних полей [44] и был использован во многих задачах. Как следует из названия, в рамках данного подхода корреляторами высших порядков пренебрегают, а именно вклад  $(\mathbf{u} \times \mathbf{b})'$  в (6) считают малым по сравнению с остальными слагаемыми. Это предположение ограничивает применимость получаемых результатов ко многим астрофизическим задачам. Для формулировки соответствующего критерия применимости введём числа Рейнольдса и число Струхала, определённые через характерные амплитуду пульсаций скорости  $u_c$ , длину  $\lambda_c$  и время флуктуаций поля скорости  $\tau_c$ :

$$\text{Re}^t = \frac{u_c \lambda_c}{\nu}, \quad \text{Rm}^t = \frac{u_c \lambda_c}{\eta}, \quad \text{St} = \frac{u_c \tau_c}{\lambda_c}.$$

Для турбулентного поля скорости  $u_c$  имеет смысл величины среднеквадратичных пульсаций, а  $\lambda_c$  и  $\tau_c$  — корреляционных длины и времени. Безразмерный параметр  $q = \lambda_c^2 / (\eta \tau_c) = \text{Rm} / \text{St}$  является отношением диффузионного времени на масштабе  $\lambda_c$  к корреляционному времени турбулентности  $\tau_c$ . Предел  $q \rightarrow \infty$  соответствует случаю высокой проводимости,  $q \rightarrow 0$  — низкой прово-

димости. Достаточным условием применимости SOCA будет  $|\mathbf{B}| \gg |\mathbf{b}|$ . Это эквивалентно условию  $\text{Rm}^t \ll 1$  при  $q \lesssim 1$  или  $\text{St} \ll 1$  при  $q \gtrsim 1$ . Эти условия можно скомбинировать в виде

$$\min(\text{Rm}^t, \text{St}) \ll 1. \quad (12)$$

Уравнение для  $\mathbf{u}$ , аналогичное (6), также будет содержать пульсации второго порядка, которыми в рамках SOCA пренебрегают. Тогда, разделяя по аналогии случаи высокой и низкой вязкости по параметру  $q = \lambda_c^2 / (\nu \tau_c)$ , получают дополнительное условие применимости

$$\min(\text{Re}^t, \text{St}) \ll 1. \quad (13)$$

Справедливость этих условий стала предметом интенсивных исследований в связи с разработкой нового численного подхода — метода тестового поля (см. раздел 7.1). Приятной неожиданностью стало то, что формулы для транспортных коэффициентов (они будут показаны ниже) оказались справедливыми при менее строгих ограничениях, а именно при выполнении условия  $\text{Rm}^t \ll 10$  при  $q \lesssim 1$  [45, 46].

Нахождение коэффициентов, входящих в выражение для турбулентной ЭДС (8), сводится к решению уравнения (6). Для случая  $\bar{\mathbf{U}} = 0$  решение имеет вид

$$\mathbf{A}_{ip} = (\epsilon_{ijm} \delta_{lp} - \epsilon_{ijp} \delta_{lm}) \int_V \int_0^\infty G(\xi, \tau) \frac{\partial Q_m(\mathbf{x}, t; \xi, -\tau)}{\partial \xi_l} d^3 \xi d\tau, \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_{ipq} = -(\epsilon_{ijm} \delta_{lp} - \epsilon_{ijp} \delta_{lm}) \times \\ \times \int_V \int_0^\infty \frac{\partial G(\xi, \tau)}{\partial \xi} \frac{\xi_l \xi_q}{\xi} Q_m(\mathbf{x}, t; \xi, -\tau) d^3 \xi d\tau,$$

где

$$G(x, t) = (4\pi\eta t)^{-3/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\eta t}\right) \quad (15)$$

есть функция Грина, а

$$Q_{ij}(\mathbf{x}, t; \xi, \tau) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x} + \xi, t + \tau) \rangle \quad (16)$$

— двухточечный корреляционный тензор турбулентных пульсаций, который характеризует свойства фоновой гидродинамической турбулентности. В простейшем случае однородной и изотропной турбулентности и  $q \rightarrow 0$  выражения для коэффициентов записываются как

$$\alpha^{(0)} = -\frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot (\nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{x}, t - \tau)) \rangle d\tau = \\ = -\frac{1}{3} \langle \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u}) \rangle \tau^{(\alpha)}, \quad (17) \\ \beta^{(0)} = \frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t - \tau) \rangle d\tau = \frac{1}{3} \langle \mathbf{u}^2 \rangle \tau^{(\beta)},$$

где  $\tau^{(\alpha)}$  и  $\tau^{(\beta)}$  обычно оцениваются через  $\tau_c$ .

Относительно недавно появившийся так называемый  $\tau$ -подход включает в рассмотрение корреляции пульсаций более высокого порядка, выражая их через второй порядок. Подробный критический сравнительный анализ показывает, что далеко не все результаты SOCA

воспроизводятся с использованием  $\tau$ -подхода даже в пределах выполнения условий (12). Поэтому его применение требует определённой осторожности [47].

### 3. Почему так труден лабораторный динамо-эксперимент

Естественное желание исследователей получить эффект гидромагнитного динамо в лаборатории возникло вместе с первыми реалистичными моделями космических динамо, т.е. в середине XX в. Однако история динамо-экспериментов развивалась достаточно драматично — две успешные реализации эффекта МГД-динамо были получены в результате длительной конкурентной работы двух больших команд в лабораториях Риги [48, 49] и Карлсруэ [50] только на рубеже нового века с интервалом буквально в один месяц. С тех пор прошло почти полтора десятка лет, но, несмотря на упорную работу целого ряда групп экспериментаторов, появился только один новый пример генерации крупномасштабного магнитного поля движущимся жидким металлом (французский эксперимент VRS (von Karman Sodium) в Кадараше [51, 52], о котором мы подробно расскажем ниже). Однако далеко не все специалисты согласны считать результаты последнего эксперимента гидромагнитным динамо в чистом виде, так как динамо в нём получилось только после введения в поток ферромагнитных деталей. Строго говоря, ни один из трёх динамо-экспериментов нельзя считать прямым аналогом природных динамо, так как в них важную роль играют твёрдые металлические детали (электропроводящие стенки в рижской установке, направляющие трубы сложной формы в Карлсруэ, ферромагнитные детали в Кадараше), что, однако, несколько не умаляет их роли в развитии науки о МГД-динамо. Стоит сказать, что и в работе геодинамо участвуют границы мантии и твёрдого внутреннего ядра, которые в большинстве моделей рассматриваются как твёрдые стенки. Далее изложим всё по порядку.

Начнём с того, что укажем основной источник проблем лабораторных динамо. Дело в том, что МГД-динамо — явление критическое, и оно возможно только по достижении порогового значения магнитного числа Рейнольдса  $\text{Rm}^*$ , типичные значения которого для известных динамо составляют несколько десятков. Магнитное число Рейнольдса  $\text{Rm} = UL/\eta$  ( $U$  — характерная скорость,  $L$  — характерный размер,  $\eta$  — коэффициент магнитной диффузии) определяет отношение генерационного слагаемого к диссипативному в уравнении индукции магнитного поля и связано с обычным (гидродинамическим) числом Рейнольдса  $\text{Re} = UL/\nu$  ( $\nu$  — кинематическая вязкость) через магнитное число Прандтля  $\text{Pm} = \nu/\eta$ :

$$\text{Rm} = \text{Re} \text{Pm}.$$

Отметим, что в космических объектах огромные размеры и значительные скорости обеспечивают заведомо закритические значения чисел Рейнольдса. Так, для ядра Земли толщина  $H \approx 2 \times 10^6$  м, для Солнца толщина конвективной оболочки  $H \approx 2 \times 10^8$  м, а характерная скорость конвективных потоков  $U \approx 10^3$  м с<sup>-1</sup>.

В лабораторных условиях именно малые значения магнитного числа Прандтля, характеризующие доступные в лабораториях жидкости (большая магнитная диффузия, называемая иногда магнитной вязкостью), и



являются основной проблемой для экспериментаторов. Поскольку интерес представляют только жидкие среды, для которых магнитная проницаемость не может существенно отличаться от единицы, то магнитная диффузия определяется электрической проводимостью металла. Наилучшим с точки зрения динамо-эксперимента металлом является натрий, сочетающий в себе хорошую проводимость с малой плотностью и низкой температурой плавления ( $98^\circ\text{C}$ ). Примечательно и то, что с динамической точки зрения натрий ведёт себя как вода (та же плотность и та же вязкость), что даёт возможность исследования динамики потока натрия на водяном прототипе динамо-установки. Определённые проблемы связаны с высокой химической активностью натрия, но альтернативы ему среди металлов на сегодня нет. Итак, жидкий натрий при температуре порядка  $100^\circ\text{C}$  (далеко уходить от точки плавления нельзя, так как проводимость падает с ростом температуры) характеризуется магнитным числом Прандтля  $Pm \approx 10^{-5}$ , и это означает, что критических значений магнитного числа Рейнольдса можно достичь только в течении, характеризуемом гидродинамическим числом Рейнольдса  $Re \gg 10^6$ . А из этого следует, что даже при характерном размере  $L \approx 1$  м скорость потока натрия должна составлять десятки метров в секунду. При этом нельзя забывать, что топологически простое течение не может обеспечить эффект динамо в принципе.

Приведённые оценки позволяют сделать вывод, что на практике о ламинарном динамо можно забыть. Говоря же о турбулентных потоках проводящей жидкости, можно предложить, опираясь на рейнольдсовское представление о средних и пульсационных полях ( $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{u}$  для скорости,  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{v}$  для магнитного поля), следующую классификацию реализуемых динамо (рис. 4): квазиламинарные динамо, динамо средних полей и мелкомасштабные турбулентные динамо. К квазиламинарным отнесём динамо, в которых генерация среднего (крупномасштабного) магнитного поля  $\mathbf{V}$  полностью определяется структурой среднего поля скорости  $\mathbf{U}$ . Турбулентные пульсации скорости  $\mathbf{u}$  приводят к возбуждению мелкомасштабных пульсаций магнитного поля  $\mathbf{v}$ , но лишь затрудняют генерацию крупномасштабного поля. Наибольший интерес представляют турбулентные динамо средних полей, в которых турбулентные пульсации скорости играют принципиальную роль в генерации крупномасштабного магнитного поля (см. раздел 2). Структура среднего поля скорости может при этом также играть важную для динамо роль (во многих космических динамо важнейшим для динамо фактором является дифференциальное вращение жидкой проводя-

щей среды космического тела), но может и не вносить существенного вклада в динамо-процесс. Отдельно стоит выделить мелкомасштабное турбулентное динамо, реализующееся, как считается, практически в любом турбулентном течении при достаточно высоких магнитных числах Рейнольдса.

Нижняя строка в схеме на рис. 4 касается ещё одной очень важной части динамо-процесса — механизма насыщения. Нарастающее магнитное поле оказывает обратное влияние на поле скорости, снижая тем или иным способом эффективность процесса генерации. При этом возможно и динамическое равновесие, и колебательные режимы. Также известны весьма экзотические случаи — динамо-самоубийцы [53], когда возникшее магнитное поле таким образом модифицирует течение, что условия генерации уже не воспроизводятся. В случае квазиламинарного динамо насыщение происходит в основном за счёт влияния генерируемого магнитного поля на среднее поле скорости. В динамо средних полей процесс насыщения может следовать разнообразным сценариям, воздействуя как на структуру среднего поля, так и на мелкомасштабную турбулентность. В мелкомасштабном турбулентном динамо средние поля не участвуют и насыщение также работает только на уровне пульсаций.

#### 4. Динамо-эксперименты

История построения прототипов течений, способных привести к генерации магнитного поля, начинается с так называемого "униполярного динамо" Булларда [54], представляющего собой электропроводящий диск, вращающийся в магнитном поле, создаваемом катушкой. Между осью и периферией диска возникает разность потенциалов, которая подаётся на катушку. Простая оценка показывает, что при достаточно быстром вращении диска может возникнуть устойчивое магнитное поле. Динамо Булларда — скорее электродинамическое, чем гидромагнитное. Вращающийся диск можно интерпретировать как некий вихрь, но замкнуть динамо-цикл без катушки, генерирующей нужное магнитное поле, не удастся. Подобное "полугидродинамическое динамо" было экспериментально реализовано в 2006 г. в Лионе (Франция) [55] и названо авторами динамо Булларда — Кармана. В нём вместо медного диска было использовано течение Кармана в цилиндре между противорвращающимися дисками, которое за счёт дифференциального вращения производит азимутальное поле при наложенном аксиальном. Получаемое азимутальное поле подаётся на вход усилителя, к выходу которого подключаются катушки, создающие это аксиальное поле. Очевидно, что проблема эффективности такого динамо легко решается за счёт повышения коэффициента усиления усилителя.

Герценберг в 1958 г. [56] предложил схему динамо, представляющую собой два вращающихся шара (оси вращения которых не параллельны друг другу), находящихся в электропроводящей покоящейся среде. Гидродинамическая аналогия в этом случае очевидна: два интенсивных непараллельных вихря в проводящей жидкости. Идея получила развитие во многих теоретических работах (см., например, работу [57] и ссылки в ней). Идея Герценберга получила и экспериментальную реализацию, но только в чисто "твёрдотельном" исполнении

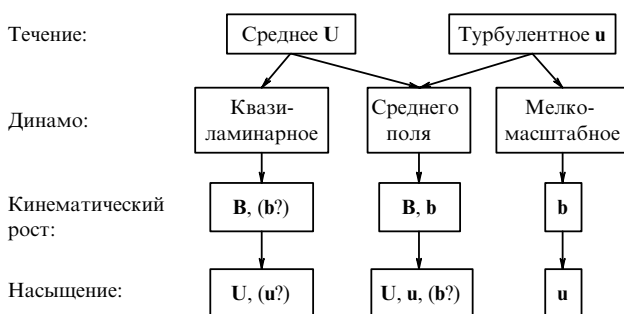


Рис. 4. Классификация реализуемых динамо.

— Лавс и Вилкинсон построили модель на основе вращающихся цилиндров, окружённых ферромагнитным массивом, и получили в ней эффект генерации магнитного поля [58].

Важнейшую для динамо-экспериментов роль сыграла следующая схема твердотельного динамо, предложенная Пономаренко [15] и давшая жизнь целому классу "винтовых динамо" [59, 60]. Пономаренко рассмотрел винтовое движение бесконечного цилиндра в бесконечной проводящей среде и показал, что такое движение может приводить к генерации магнитного поля в виде скрученного (бифилярного) жгута. Отметим, что задача Пономаренко характеризуется низким критическим значением магнитного числа Рейнольдса, равным 17,7 (магнитное число Рейнольдса определяется через радиус стержня и скорость поступательного движения) [61]. Ключевыми для динамо Пономаренко являются два фактора: закрутка (винтовое движение проводящего стержня) и сдвиг, возникающий на границе цилиндра и проводящей окружающей среды.

Естественное развитие идеи Пономаренко состоит в переходе от цилиндра к закрученной струе жидкости. Переход к струе вязкой жидкости сглаживает скачок скорости на границе и повышает порог генерации. Вопрос о возбуждении магнитного поля в винтовых потоках с реальными (не твердотельными) профилями скорости обсуждался рядом авторов [62–64]. В [62] рассматривалось течение проводящей жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами, один из которых, внутренний, совершает поступательное и вращательное движение. Были исследованы случаи идеально проводящих и абсолютно непроводящих цилиндров. Для обоих случаев критические значения  $R_m$ , определённого по толщине зазора и скорости внутреннего цилиндра, оказались близкими (129 и 125 соответственно). В работе [65] исследовался винтовой поток жидкости в идеально проводящей трубе. Профиль скорости описывался гладкими функциями (функциями Бесселя), и критическое число оказалось порядка 40.

Именно винтовое динамо, относящееся с точки зрения практической реализации к квазиламинарным, было взято за основу лабораторного динамо в Институте физики Латвийской АН ещё в 1980-е годы. Первая установка была создана совместно с Научно-исследовательским институтом электрофизической аппаратуры (НИИЭФА) им. Д.В. Ефремова. В ней насос нагнетал жидкий натрий через закручивающий поток направляющий аппарат (дивертор) в цилиндр диаметром 140 мм, который находился внутри цилиндра диаметром 500 мм, также заполненного натрием. Установка была запущена в 1987 г., однако выйти на режим генерации поля не удалось [66]. Во второй половине 1990-х годов к рижской команде присоединилась группа Г. Гербета из Дрездена (Германия), и работы по реализации винтового динамо были возобновлены. Вопрос о возможности понижения критического значения магнитного числа Рейнольдса был изучен очень тщательно. Во-первых, цилиндр диаметром 25 см, в котором реализуется винтовой поток натрия, был окружён не только каналом, по которому следует обратное течение натрия, но и кольцевым слоем покоящегося натрия (см. схему на рис. 5). Обратный поток натрия удерживает возбуждаемое поле в рабочей зоне канала, позволяя получить эффект в канале конечной длины (возникающая в задаче Пономаренко неус-

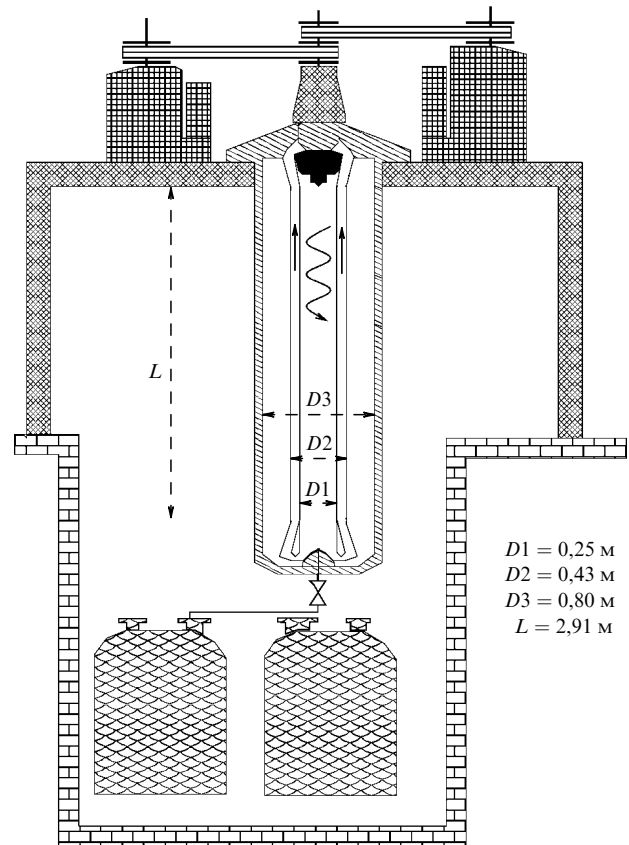
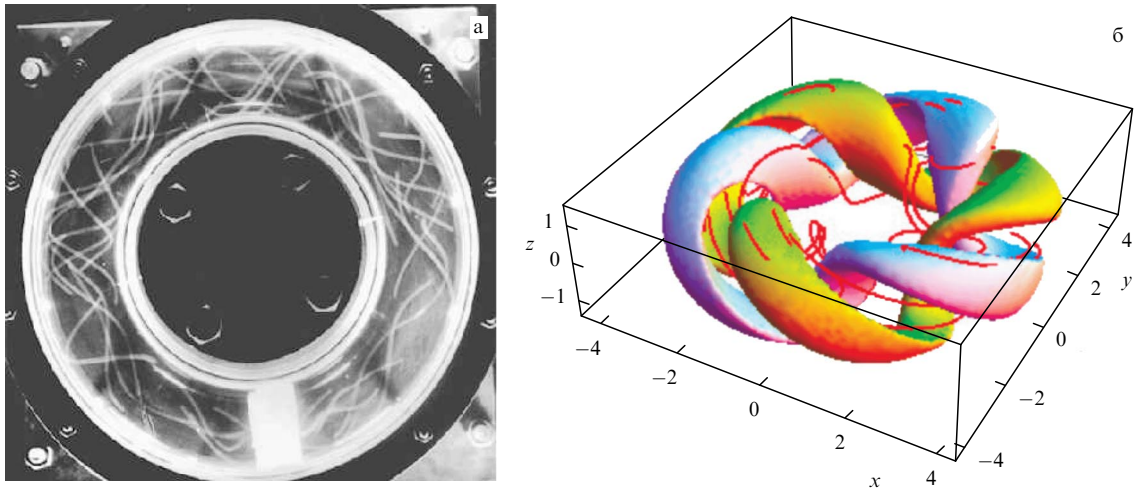


Рис. 5. Схема экспериментальной установки в Риге [48].

тойчивость не является глобальной и реализуется только в бесконечном цилиндре). Во-вторых, были рассмотрены различные варианты оребрения канала для создания оптимального среднего профиля скорости. Все варианты были изучены в работе [64]. Расчёт условий возбуждения поля в таком потоке при различных профилях потока и с учётом конечной длины цилиндров дал значения от 15 до 30.

Первый выход на режим генерации магнитного поля был совершён в Риге в ноябре 1999 г. [48]. Была зафиксирована ожидаемая в динамо Пономаренко бегущая вверх по потоку мода магнитного поля с азимутальным числом  $m = 1$ . Обратное влияние возбуждаемого магнитного поля на поток натрия и выход на насыщение были изучены в последующей серии экспериментов [49].

Альтернативная схема лабораторного винтового динамо была предложена в Институте механики сплошных сред (ИМСС) УрО РАН в Перми [67]. Основная идея состоит в том, чтобы создать требуемый винтовой поток в замкнутом тороидальном канале. Течение создаётся за счёт сил инерции (канал раскручивается и затем резко тормозится) и приобретает винтовой характер за счёт установленных в канале неподвижных (относительно канала) диверторов (рис. 6). Серьёзными преимуществами такой схемы эксперимента являются резкое снижение объёма требуемого в эксперименте жидкого натрия (порядка 100 кг вместо нескольких тонн, используемых в Риге), уменьшение мощности двигателя (на порядок), отсутствие сальников. Недостаток состоит в том, что реализовать можно только импульсное (нестационарное) винтовое течение, обеспечивающее закритический режим в течение короткого времени (порядка 1 с).



**Рис. 6.** (В цвете онлайн.) Винтовое течение воды во вращающемся тороидальном канале после вращения, визуализированное взвешенными сферическими частицами. Светлое тело в канале — дивертор, обеспечивающий закрутку потока. (а) Фото из работы [67]. (б) Магнитное поле, генерируемое винтовым потоком (расчёт [73]).

Сама возможность создания требуемого интенсивного винтового течения в торе совсем не очевидна, поскольку азимутальный (вдоль канала) момент импульса препятствует повороту "жидкого винта" вдоль криволинейной оси канала. Кривизна канала определяется аспектным отношением  $\Gamma = R/r$ , где  $R$  — радиус осевой окружности канала, а  $r$  — радиус поперечного сечения. Возможность создания винтового крупномасштабного течения была продемонстрирована на прозрачном, заполненном водой канале с аспектным отношением  $\Gamma = 3,81$  и одним дивертором [67]. Используемые для визуализации относительно большие шарики описывали в потоке требуемые винтовые траектории. Динамика нестационарного течения, генерируемого резким торможением вращающегося тороидального канала с установленными в нём диверторами (от одного до четырёх), была исследована в работе [68]. Отметим, что вопрос о реализуемости винтового течения в тороидальном канале действительно не праздный: винтовые течения были получены в каналах с аспектным отношением  $2,75 \leq \Gamma \leq 3,89$  [69–71], однако в канале с  $\Gamma = 2,25$  создать винтовой поток не удаётся в принципе [72].

Задача о винтовом динамо в тороидальной геометрии имеет ряд принципиальных особенностей. С одной стороны, становится существенным вопрос о толщине и проводимости стенок канала. К тому же канал должен быть прочным, но не слишком тяжёлым, так как его нужно быстро остановить. Расчёты порога генерации для различных материалов и толщин стенок канала показали, что критическое число в тороидальном винтовом потоке всегда выше, чем в цилиндрическом канале с практически неограниченной окружающей проводящей средой, но для реальных материалов и приемлемой с конструкторской точки зрения геометрии критическое магнитное число Рейнольдса может быть в пределах 30 [69].

С другой стороны, переход к тороидальной геометрии имеет и преимущество, состоящее в том, что конвективная природа возникающей неустойчивости перестаёт быть проблемой, так как возмущения не уносятся прочь по потоку, а развиваются в замкнутом течении. Численные исследования показали, что магнитное поле

успевает сформироваться в нестационарном замкнутом винтовом потоке до вырождения последнего до критического уровня [74].

Ещё одна, принципиальная, особенность динамо в торе состоит в том, что при росте кривизны (т.е. в пределе "толстого" тора, соответствующего малым  $\Gamma$ ) может генерироваться глобальная мода, дающая магнитное поле, не затухающее на оси тора (в "дырке бублика") [73, 75].

Идея создания интенсивного импульсного течения жидкого металла в быстро вращающемся канале путём его резкого торможения оказалась достаточно плодотворной для лабораторных исследований МГД-течений с умеренными и высокими магнитными числами Рейнольдса, хотя на сегодняшний день и не доведена до эффекта динамо. После исследований гидродинамики винтового потока на водяных прототипах в лаборатории физической гидродинамики ИМСС УрО РАН были созданы три жидкометаллические установки с тороидальными каналами: (1) текстолитовый канал объёмом 1 л, заполненный галлием; (2) бронзовый канал объёмом 115 л, заполненный натрием; (3) титановый канал объёмом 25 л, заполненный натрием. Малый (галлиевый) канал (1) позволил получать винтовые течения с небольшими значениями магнитного числа Рейнольдса ( $Rm < 0,3$ ), в которых были исследованы эффекты переноса магнитного поля винтовым потоком [70], а также выполнены приоритетные работы по измерению турбулентных транспортных коэффициентов [71, 76]. О последней речь пойдёт в разделе 5.

Установка с большим бронзовым каналом (2) была сконструирована и построена для динамо-эксперимента. При скорости вращения канала 40 оборотов в секунду она должна обеспечить импульсное течение, характеризующееся магнитным числом Рейнольдса порядка 40, что, по расчётам, обеспечивает выход на режим динамо [74]. Наиболее проблемной частью установки стал сам тороидальный канал, изготовленный из хромистой бронзы, обеспечивающей сочетание прочностных и электропроводящих характеристик при жёстких ограничениях на массу тора. Проблема состоит в изготовлении больших однородных слитков сплава, и в одном из двух полутó-

ров возникли микротрещины, приведшие к разгерметизации тора. После длительного перерыва в работе с каналом было найдено решение по его герметизации и выполнены исследования в подкритических режимах [77], хотя выход на критические режимы остаётся проблематичным из-за прочностных свойств восстановленного канала.

Канал (3) выполнен из титана, проводимость которого в сравнении с проводимостью натрия очень низка, и предназначен для изучения потоков натрия при умеренных магнитных числах Рейнольдса (т.е.  $1 < Rm < Rm_{cr}$ ). Именно в этом канале выполнены исследования турбулентных коэффициентов переноса при  $Rm > 1$  [78, 79] (см. далее раздел 5).

Винтовые динамо по классификации рис. 4 относятся к квазиламинарным и не могут быть прототипами астрофизических динамо. Другой путь к реализации динамо в лаборатории связан с динамо средних полей, представляющими прямой интерес с точки зрения моделирования природных динамо. В этом случае ключевым является вопрос о создании "правильной" турбулентности, способной генерировать поле. Винтовое течение в сочетании с другими эффектами может приводить к турбулентной ЭДС, согласно формуле (10), и вызывать разнообразные динамо-эффекты [80].

В разделе 2 было показано, что эффективная электродвижущая сила, обусловленная действием турбулентных пульсаций, включает целый спектр физических механизмов. Исторически первые объяснения возможности появления псевдоскалярного множителя в выражении для турбулентной ЭДС связаны со спиральностью (Паркер); иллюстрацией жизнеспособности этой идеи стал эксперимент, выполненный в Институте физики г. Риги [81]. Экспериментальная установка, получившая извест-

ность под именем "альфа-бокс", представляла собой два переплетённых медных канала, по которым прокачивался натрий (рис. 7). Наложённое магнитное поле подвергается воздействию скрещённых потоков натрия точно в соответствии со схемой Паркера (вытянуть петельку и повернуть), что приводит к появлению электродвижущей силы вдоль наложенного магнитного поля.

Отметим, что альфа-эффект в теории динамо средних полей подразумевает турбулентную (случайную) структуру мелкомасштабного поля скорости, которое этот эффект обеспечивает. Альфа-бокс и все лабораторные прототипы динамо средних полей основаны на создании потока с регулярной мелкомасштабной структурой, обеспечивающей альфа-эффект. С этой точки зрения лабораторные модели турбулентных динамо средних полей правильнее называть двухмасштабными динамо. Примеры течений, мелкомасштабная (но регулярная) структура которых обеспечивает генерацию поля на макромасштабе, обсуждались в ряде работ начиная с середины 1960-х годов (например, [82–85]) и легли в основу динамо-эксперимента в Карлсруэ. Возможность получить динамо в двухпериодическом течении была доказана Робертсом [84].

Установка в Карлсруэ представляет собой сборку из 52 "спиногенераторов", каждый из которых выполнен в виде двух коаксиальных цилиндров (рис. 8). По внутреннему цилиндру проходит "прямой" поток натрия, а по наружному — винтовой поток, формируемый специальными направляющими. Характерные размеры этой сборки (длина спиногенераторов и диаметр всей сборки) составляют 1 м.

Процесс генерации магнитного поля в таком течении был рассмотрен сначала в простых моделях [86], а затем детально изучен на основе теории средних полей [87] и прямого численного моделирования [88]. Полная теория динамо средних полей для установки в Карлсруэ изложена в работах [89, 90].

Эксперимент в Карлсруэ проходил следующим образом. Расход натрия в прямых (центральных) трубах устанавливался постоянным,  $115 \text{ м}^3 \text{ ч}^{-1}$ , а расход в винтовых каналах наращивался с 95 до  $107 \text{ м}^3 \text{ ч}^{-1}$ , после чего начинал наблюдаться медленный рост магнитного поля. Процесс роста поля и выхода на режим насыщения занимал достаточно большое время — порядка 90 с. Устано-

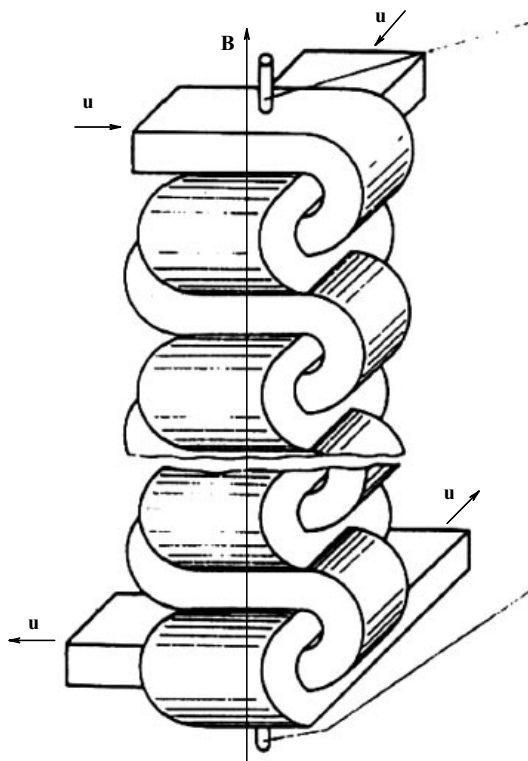


Рис. 7. Экспериментальная установка, получившая известность под именем "альфа-бокс" [81].

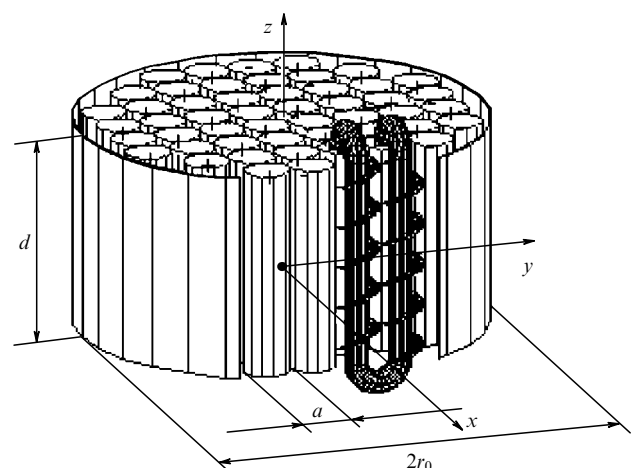


Рис. 8. Схема экспериментальной установки в Карлсруэ [50].

вившееся поле имело вид диполя, ориентированного перпендикулярно оси пакета спиногенераторов [50, 91].

Наиболее распространённое в природе динамо — это так называемое  $\alpha$ - $\Omega$ -динамо, работающее на совместном действии дифференциального вращения (омега) и мелкомасштабной турбулентности (альфа). Попытка лабораторной реализации динамо такого типа была предпринята в Технологическом институте в Лос-Аламосе (New Mexico Tech), США. В установке создавалось течение натрия между коаксиальными вращающимися цилиндрами радиусом 0,3 и 0,6 м (течение Куэтта, обеспечивающее дифференциальное вращение), в которое впрыскивались закрученные струи натрия, призванные обеспечить альфа-эффект [92, 93]. Схема эксперимента притягательна тем, что альфа-эффект предполагалось получить в свободном потоке жидкого натрия (в отличие от Карлсруэ, где эффект реализован в системе труб), однако выйти на режим генерации поля не удалось.

С точки зрения природных динамо притягательными являются модели, в которых генерирующий поле поток проводящей жидкости создаётся в замкнутом (лучше сферическом) объёме. Наибольшие надежды при такой геометрии связаны с течениями, называемыми T2S2 и включающими две тороидальные и две полоидальные составляющие. Такое течение можно создать с помощью двух противоположно вращающихся пропеллеров, установленных на оси сферы. Именно такое течение активно изучалось в Университете Висконсина (Мэдисон, США) группой К. Фореста. После экспериментов на водяном прототипе и расчётов была создана натриевая установка на основе стальной сферы радиусом 0,5 м, в которой были установлены два пропеллера, вращаемые двумя двигателями по 75 кВт каждый [94]. На этой установке был выполнен целый ряд экспериментальных исследований. Были изучены эффекты трансформации наложенного аксиального магнитного поля [95], с разделением вклада среднего поля скорости и турбулентных пульсаций [96], исследованы генерационные всплески, не приводящие, тем не менее, к устойчивой генерации магнитного поля [97]. Выйти на режим генерации в этих экспериментах так и не удалось, несмотря на оптимистический прогноз, основанный на численных расчётах задачи.

Кинематически близкая схема была принята за основу французской экспериментальной программы динамо, базирующейся на течении Кармана, возникающем в цилиндрической полости между двумя вращающимися дисками [98]. Противовращающиеся диски (на практике использовались крыльчатки различной формы) закручивают жидкость и создают центробежные потоки вблизи торцов цилиндра, возбуждая тем самым то же течение T2S2. Отметим, что во французской программе динамо-экспериментов была задействована самая большая группа учёных, включающая представителей Лиона, Парижа, Орсе, Ниццы, Гренобля. Сама натриевая установка была создана в Исследовательском центре ядерной энергетики в Кадараше. Эксперимент был подготовлен с большой тщательностью, и созданию натриевой установки предшествовали многочисленные исследования течения Кармана для различных форм крыльчаток и различного соотношения скоростей их вращения [99]. Эффекты индукции магнитного поля в подкритических режимах изучались на галлиевом прототипе динамо-

установки [100, 101]. Расчёты предсказывали для натриевой установки генерацию магнитного поля в виде диполя, ориентированного перпендикулярно оси цилиндра [102], однако, как и в Мэдисоне, получить эффект динамо не удалось ни в первой версии эксперимента [103], ни во второй, проведённой после существенной реконструкции установки, направленной на повышение эффективного магнитного числа Рейнольдса и стабилизацию течения в цилиндре с помощью направляющих элементов [104].

Получить эффект динамо в натриевом течении Кармана французской команде всё-таки удалось [51], но после введения в установку ферромагнитных крыльчаток. Идея введения этих крыльчаток состояла в том, чтобы экранировать область за вращающимися дисками, течения в которой повышают порог генерации [105], но истинная роль этих ферромагнитных включений остаётся в центре дискуссий до настоящего времени. Важно подчеркнуть, что ферромагнитные элементы усилили механизмы динамо-цикла (снизили порог генерации), которые изначально совсем не рассматривались. В результате это привело к качественно иному типу динамо — вместо ожидавшегося трансверсного диполя в системе генерируется аксиальный диполь (поле ориентировано вдоль оси цилиндра). Одно из объяснений состоит в том, что течение фон Кармана выполняет лишь половину работы динамо, вторая половина выполняется  $\alpha$ -эффектом, возникающим на упорядоченных вихрях в окрестности ферромагнитных элементов [106]. Есть и альтернативная точка зрения, что вариация магнитной проницаемости, которая навязывается внедрёнными ферромагнитными элементами, может быть недостающей частью динамо-цикла [107].

В экспериментальной установке в Кадараше вращение дисков устанавливалось независимо, что позволяло существенно изменять структуру потока в полости (от квазиаксиального вращения, возникающего между сонаправленно вращающимися дисками, через одновихревое T1S1, возникающее при одном покоящемся диске, до симметричного T2S2 в пределе двух противовращающихся с равной скоростью дисков, схематически показанных на рис. 9). На этом многообразии гидродинамических режимов возникает и спектр различных режимов динамо: наряду со стационарным динамо наблюдались колебательные режимы, режимы с динамо-

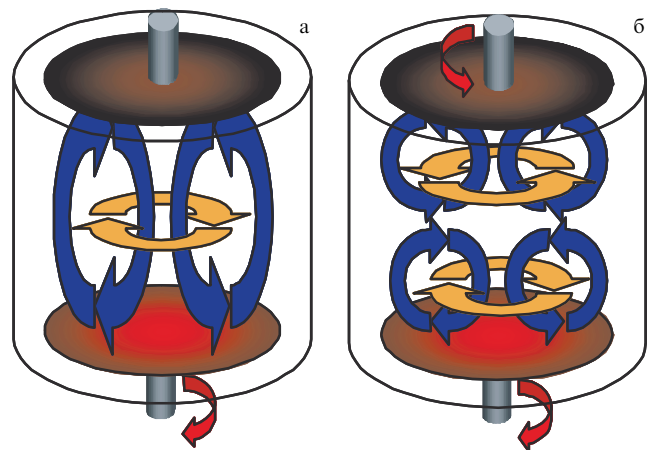


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Схема течений T1S1 (а) и T2S2 (б), использованных во французском динамо-эксперименте [51].

вспышками и режимы с хаотическими инверсиями магнитного поля [52].

Наиболее близкой к проблемам человечества задачей динамо остаётся задача о геодинамо, которое реализуется благодаря конвективным течениям жидкого вещества со значительным содержанием железа во внешнем ядре Земли. При этом источником энергии для работы динамо может служить поток тепла из внутреннего ядра, т.е. течение имеет конвективную природу. Не исключено также, что течение поддерживается гравитационной дифференциацией вещества Земли. В лабораторных масштабах обеспечить конвективные течения требуемой интенсивности невозможно (тем более что нужна конвекция во вращающемся шаровом слое под действием центрального поля тяжести) и нужно привлечь прямое механическое возбуждение потока. Важнейшей особенностью течений в ядре является динамический баланс сил Кориолиса и сил Лоренца (магнитоэстрофический режим) на фоне абсолютного доминирования сил Кориолиса над силами вязкости (число Экмана оценивается как  $10^{-15}$ ). Все попытки лабораторного моделирования течений в ядре основаны на сферическом течении Куэтта, обеспечивающем регулируемое дифференциальное вращение в шаровом слое. Оценки характеристик натриевой модели сферического течения Куэтта, способной достичь режима динамо, показали, что в сфере диаметром около метра необходимо подвести мощность порядка 700 кВт [108], что сделать непросто. В Гренобле была создана установка, получившая название DTS, для заведомо подкритических режимов (диаметр внешней сферы 0,4 м), на которой были выполнены исследования структуры возникающих течений в отсутствие магнитного поля и в наложенном магнитном поле [109], а также исследованы магнитоинерционные волны и магнитоинерционная конвекция [110, 111]. Благодаря значительным усилиям по "обвешиванию" установки измерительными приборами МГД-течение в DTS можно считать самым экспериментально изученным [112].

Грандиозная экспериментальная установка для изучения сферического течения Куэтта в натрии сконструирована и построена совсем недавно в Университете Мэриленда (США). Параметры установки закладывались исходя из намерения обеспечить с хорошим запасом выход на режимы генерации: диаметр внешней сферы составляет 3 м (более 8 т натрия). Установка запущена, и на ней выполнены первые исследования, касающиеся структуры возникающих в сфере течений [113]. На сегодня пройдены режимы, характеризуемые магнитным числом Рейнольдса  $Rm = \Delta\Omega\Delta r^2/\eta < 500$  (где  $\Delta\Omega$  — разность угловых скоростей вращения сфер, а  $\Delta r$  — разность их радиусов), что составляет приблизительно половину от максимально достижимого на этой установке (при условии монтажа дополнительных систем охлаждения); динамо-эффект пока не обнаружен [114].

## 5. Экспериментальная верификация отдельных элементов динамо

Пятнадцатилетняя драматическая история динамо-экспериментов показывает, что, несмотря на значительные успехи теории динамо, уровень понимания проблемы остаётся скорее качественным. Сформулированы основные принципы, есть понимание того, какие течения могут приводить к динамо, а какие нет, построены

работоспособные модели звёздных и планетарных динамо. Однако в случае лабораторных экспериментов, когда с трудом удаётся приблизиться к порогу генерации, требуется точный расчёт, учитывающий все особенности конкретной системы. Как мы видим, прогнозы, основанные на всей доступной базе знаний, оправдались только в двух случаях, причём там, где требуемые течения были максимально жёстко навязаны. Можно даже утверждать, что динамо-эксперименты с отрицательным результатом оказались не менее полезными, чем те, что привели к динамо. Общий вывод состоит в том, что вопросов в проблеме динамо осталось очень много и на данном этапе становится важным не просто реализовать динамо-процесс, а ставить эксперименты, помогающие понять механизмы функционирования динамо-систем.

В этом контексте важны эксперименты, направленные на изучение отдельных эффектов, играющих важную роль в турбулентных динамо-процессах. Простейшим эффектом воздействия турбулентного потока проводящей среды на магнитное поле является усиление эффективной диффузии магнитного поля, представляющее собой прямую аналогию усиления эффективной диффузии импульса в турбулентном потоке. В случае диффузии импульса говорят о турбулентной вязкости, а в случае магнитного поля можно по аналогии ввести турбулентную диффузию магнитного поля. В разложении турбулентной электродвижущей силы (9) турбулентная диффузия описывается тензором  $\beta$  и часто упоминается как  $\beta$ -эффект. В случае изотропной турбулентности этот эффект можно интерпретировать как снижение средней (эффективной) проводимости турбулентной среды на крупных масштабах.

Несмотря на то что этот эффект кажется почти очевидным, регистрация малых вариаций проводимости в турбулентном потоке чрезвычайно сложна, и до последнего времени не было достоверных прямых измерений эффективной электрической проводимости турбулентного потока проводящей жидкости. Первая попытка таких измерений была выполнена в сосуде с жидким натрием при интенсивном перемешивании [115], но полученные результаты вызвали сомнения как по уровню наблюдавшихся изменений проводимости, так и по оценкам погрешности выполненных измерений.

Прямые измерения эффективной проводимости металла при турбулентном течении удалось реализовать в нестационарных потоках в тороидальных каналах в ИМСС УрО РАН. Первые эксперименты были проведены с течением низкотемпературного сплава галлия в текстолитовом тороидальном канале [76]. Пиковые значения числа Рейнольдса достигали величины  $Re \approx 3 \times 10^5$ , что соответствует магнитному числу Рейнольдса  $Rm \approx 0,3$ . Проводимость металла в канале определялась по сдвигу фаз вынужденных гармонических колебаний в последовательном колебательном контуре, индуктивностью которого являлась намотанная на канал тороидальная катушка. Максимальное отклонение эффективной проводимости турбулентной среды от омической проводимости металла составило порядка 1 %.

Очевидно, что интерес представляют экспериментальные исследования бета-эффекта при значительных больших магнитных числах Рейнольдса. Выход на умеренные магнитные числа Рейнольдса ( $1 < Rm < Rm_{cr}$ )

стал возможным после изготовления значительно более жёсткого титанового канала больших геометрических размеров и перехода со сплава галлия на жидкий натрий — значительно более лёгкий и хорошо проводящий металл. В экспериментах на натриевой установке максимальное значение числа Рейнольдса составило  $Re \approx 3 \times 10^6$ , что соответствует магнитному числу Рейнольдса  $Rm \approx 30$ . Максимальное отклонение коэффициента диффузии от его базового (ламинарного) значения составило порядка 50 % [78]. Впервые были выполнены и одновременные прямые измерения турбулентной вязкости и турбулентной диффузии магнитного поля [79].

Было показано, что поведение коэффициента турбулентной диффузии магнитного поля определяется значениями магнитного числа Рейнольдса  $Rm_{rms}$ , рассчитанными по среднеквадратичному значению турбулентных пульсаций скорости. При  $Rm_{rms} < 1$  коэффициент турбулентной диффузии растёт вместе с числом Рейнольдса по квадратичному закону, а при  $Rm_{rms} > 1$  турбулентная диффузия магнитного поля становится пропорциональной турбулентной вязкости [79].

Значительно сложнее, чем с бета-эффектом, обстоит дело с экспериментальной верификацией турбулентного альфа-эффекта. Считается, что наиболее простое его проявление должно опираться на действие спиральной турбулентности. Однако сама задача о получении однородной спиральной турбулентности на сегодня не решена, а единственное лабораторное подтверждение турбулентного альфа-эффекта получено всё в том же течении в тороидальном канале, в котором мелкомасштабная спиральность вклада давать не может. Кратковременную генерацию магнитного поля требуемой симметрии удалось наблюдать в тороидальном канале при формировании винтового потока за установленными в канале диверторами. Альфа-эффект определяется при этом совместным действием градиента турбулентных пульсаций и крупномасштабной завихренности [71]. Несмотря на то что природа обнаруженного таким образом  $\alpha$ -эффекта существенно отличается от классического  $\alpha$ -эффекта (рис. 10), связанного с градиентом плотности и угловой скоростью, сообщество специалистов по динамо единодушно рассматривает данные работы как первое экспериментальное обнаружение  $\alpha$ -эффекта, отмечая существенное отличие этих работ от гораздо более ранних работ рижской группы по воспроизведению этого эффекта системой закрученных труб [81].

Отметим ещё один эксперимент, проведённый в Институте механики сплошных сред в контексте запросов астрофизических динамо. Межзвёздная среда, в которой происходит работа галактического динамо, чрезвычайно неоднородна (см., например, [116]). При этом в разных фазах межзвёздной среды её параметры,

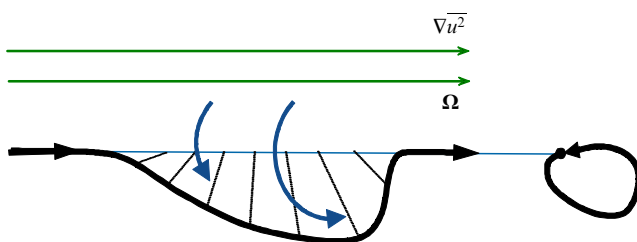


Рис. 10. Схема экспериментально обнаруженного  $\alpha$ -эффекта.

имеющие значение для динамо, могут различаться на порядки. Этот факт, конечно, нужно как-то учитывать при выводе уравнений динамо среднего поля, но вопрос совершенно не разработан теоретически. Замечательно, что по крайней мере для одного из таких параметров — коэффициента магнитной проницаемости  $\mu$  — были проведены измерения в смеси двух веществ с сильно различающимися  $\mu$  и удалось предложить работоспособные аналитические аппроксимации для зависимости эффективной магнитной проницаемости от состава смеси [70].

## 6. Лабораторные эксперименты в контексте астрофизических динамо

Поскольку промышленные установки, в которых достигаются очень высокие магнитные числа Рейнольдса, пока рассматриваются в лучшем случае лишь в качестве удалённой перспективы, основной мотивацией постановки динамо-экспериментов остаётся астрофизика и геофизика. Обсудим, что конкретно хотелось бы астрофизикам узнать из этих наблюдений, в какой степени эта цель достигается в существующих экспериментах и каковы перспективы развития рассматриваемой области.

Поскольку теоретическое изучение динамо долгое время развивалось без поддержки экспериментом, современный набор теоретически разработанных моделей динамо гораздо богаче, чем набор ещё сравнительно немногочисленных наблюдений. Поэтому эксперимент прежде всего нужен для того, чтобы убедиться, что имеющиеся теории разумно выделяли модельные ситуации, представляющие интерес в астрофизическом контексте.

Прежде всего, эксперименты в Риге и Карлсруэ подтвердили саму исходную идею о том, что самовозбуждение магнитных полей в движущейся проводящей жидкости, т.е. динамо, действительно возможно. Разумеется, специалисты по астрофизическому динамо и геомагнетизму не сомневались в такой возможности уже давно, но для специалистов во многих смежных областях эта возможность была совершенно не очевидна. Дело в том, что адекватное описание этого самовозбуждения очень сильно отличается от привычных канонов изучения электромагнетизма, сформированных на иных физических задачах. В частности, специалисты по построению моделей динамо единодушно отмечают, что это гораздо удобнее делать, рассматривая непосредственно магнитное поле, а не электрический ток, тогда как представители смежных направлений столь же единодушно придерживаются противоположной точки зрения. Описание этой коллизии специально посвящена книга одного из основателей теории динамо — Ю. Паркера [117].

Следующий момент, проясняемый с помощью динамо-экспериментов, таков. Говоря отвлечённо, можно представить себе довольно много течений, дающих динамо. Многие из этих динамо проанализированы теоретически, прежде всего, представителями английской школы магнитной гидродинамики (см., например, [118]). Однако набор динамо, актуальных для астрофизики и геофизики, не так велик. Как правило, в астрофизических динамо средняя крупномасштабная скорость представляет собой дифференциальное вращение, которое само по себе не может приводить к самовозбуждению магнитного поля. Одно дифференциальное вращение может давать

временное усиление магнитного поля, однако затем, в силу измельчения масштаба, в действие вступает, пусть первоначально слабая, диссипация и магнитное поле затухает.

Для того чтобы реализовать астрофизическое динамо, необходимо дополнить действие дифференциального вращения каким-то иным фактором. В качестве этого фактора, как правило, выступает зеркальная асимметрия мелкомасштабной турбулентности или конвекции, хотя в принципе могут подойти и другие виды зеркальной асимметрии, скажем, зеркальная асимметрия мелкомасштабного магнитного поля. Впервые важность зеркальной асимметрии для работы динамо была осознана Штеенбеком, Краузе и Рэдлером [20], которые предложили параметризацию влияния этой асимметрии в виде знаменитого  $\alpha$ -эффекта. Сама асимметрия может возникать, например, из-за действия силы Кориолиса на всплывающие и опускающиеся вихри в стратифицированной конвекции, хотя возможны и иные механизмы её возникновения. Практически все прагматически полезные модели астрофизических динамо развиты в рамках парадигмы о совместном действии дифференциального вращения (так называемый  $\Omega$ -эффект) и  $\alpha$ -эффекта либо, как предельный случай, действия только  $\alpha$ -эффекта. Однако концепцию  $\alpha$ -эффекта трудно проиллюстрировать какими-то соображениями из других областей физики просто потому, что в них эта зеркальная асимметрия не играет особой роли.

С другой стороны,  $\alpha$ -эффект появляется при формулировке уравнения среднего (крупномасштабного) магнитного поля, которое и представляет первостепенный астрономический интерес. Если оставаться в рамках детального описания магнитного поля, то этот эффект не возникает. Сама по себе такая ситуация в физике достаточно обычна. Например, понятие температуры в молекулярно-кинетической теории газов возникает при осреднённом описании газа, а детальное его описание на языке отдельных молекул в принципе не требует явного введения этой величины. Конечно, в силу огромного числа молекул в макроскопических объёмах газа трудно демонстративно избегать использования температуры или иных родственных понятий. Однако в астрофизических динамо число конвективных (или турбулентных) ячеек далеко не достигает величин, сравнимых с числом Авогадро, так что современные компьютеры позволяют не работать с  $\alpha$ -эффектом непосредственно. Дело осложняется и тем, что частные формы  $\alpha$ -эффекта, в своё время предложенные немецкой школой и вошедшие в науку как формула Краузе, конечно, совершенно не обязаны исчерпывать всё многообразие возможностей. Совершенно аналогично простейшие формулы для вычисления, например, теплоёмкости не исчерпывают все возможные в этой области физические эффекты. Исторически специалистами в теории динамо были потрачены (и затрачиваются в настоящее время) огромные усилия, показывающие, как именно можно избежать при описании конкретных динамо использования  $\alpha$ -эффекта и насколько сильно неадекватной может быть элементарная формула Краузе. Сами по себе эти работы, разумеется, бывают очень интересными, однако они не направлены на прояснение астрофизического контекста.

Дело осложняется дополнительно тем, что в моделях генерации магнитного поля Земли (так называемая задача геодинamo) исторически параметризация  $\alpha$ -эффекта

использовалась гораздо реже, чем в астрофизических задачах. Вместо этого очень широко используется прямое численное моделирование уравнений магнитной гидродинамики, одновременно дающее распределение течений внутри жидкого внешнего ядра Земли и магнитное поле. Разумеется, такое развитие теории имело свои резоны — прежде всего, мы очень мало знаем о течениях внутри жидкого ядра Земли. Однако даже проверка того, содержит ли конкретное течение, полученное в ходе прямого численного моделирования, зеркально-асимметричную составляющую, и вычисление соответствующего  $\alpha$  представляет собой сложную задачу, которая, как правило, не решается при интерпретации результатов.

Конечно, подобные дискуссии можно себе представить в разнообразных областях физики конденсированного состояния, однако полезность понятия, например, электрического сопротивления подтверждается обычно не общетеоретическими рассуждениями, а непосредственным измерением этого сопротивления. Специфика задачи динамо здесь состоит в том, что до самого последнего времени наблюдательная астрономия совершенно не располагала методами наблюдения  $\alpha$ -эффекта и других крупномасштабных коэффициентов переноса, которые тоже возникают при изучении динамо (см. раздел 2). Проблема в том, что  $\alpha$ -эффект выражается через корреляцию скорости и вихря, т.е. для его вычисления необходимо знать все три компоненты скорости. Однако в астрономии скорость, как правило, определяется по эффекту Доплера, а он даёт только компоненту скорости вдоль луча зрения. Лишь в самые последние годы солнечная астрономия нашла обходные пути для изучения зеркальной асимметрии солнечных МГД-течений в активных областях на Солнце. Непосредственно в обсуждаемом контексте это изучение так называемого закона Джоя, т.е. значимого отклонения линии, соединяющей центры солнечных пятен, входящих в биполярные группы, от широтного направления. Наличие такого отклонения было известно уже давно [119], но лишь в последнее время [120] объём данных в этой области стал достаточным для уверенного вычисления  $\alpha$ -эффекта или его аналогов [121] по наблюдениям солнечных пятен. В целом такие наблюдения подтверждают базисные представления стандартных концепций астрофизических динамо, но эти представления, конечно, совершенно не исчерпывают ситуацию.

В связи с этим непосредственное лабораторное измерение  $\alpha$ -эффекта, а также коэффициента турбулентной (конвективной) диффузии магнитного поля, с которым в литературе связаны не меньшие дискуссии, чем с  $\alpha$ -эффектом, в течение десятилетий рассматривалось как чрезвычайно заманчивая, но совершенно несбыточная мечта. Напомним, что исторически динамо-эксперименты в Риге, приведшие в своём развитии к лабораторной реализации динамо, были инициированы предложением М. Штеенбека о подтверждении возможности  $\alpha$ -эффекта в лаборатории.

В настоящее время можно констатировать, что как  $\alpha$ -эффект, так и коэффициент турбулентной диффузии магнитного поля измерены в ходе лабораторных динамо-экспериментов (см. раздел 5) и полученные в них оценки соответствующих коэффициентов переноса вписываются в существующие концепции теории динамо. Следует особо подчеркнуть, что эти пионерские измере-



ния коэффициентов турбулентного переноса в потоках жидкого металла совершенно не означают исчерпания проблемы, а лишь отмечают появление возможности изучать её экспериментально. Проблема, например, в том, что механизмы возникновения зеркальной асимметрии в эксперименте и в астрофизике совершенно различны. Например, в астрофизических течениях ведущую роль при этом играет сжимаемость среды, тогда как жидкие металлы практически несжимаемы. Такого же характера претензии можно предъявить и к определению  $\alpha$  из наблюдений, однако позитивные подвижки по сравнению с состоянием безнадежности, характерным для предыдущих этапов исследования динамо, кажутся несомненными. Например, идея замены жидкого металла потоками плазмы кажется перспективной для решения обозначенной выше трудности со сжимаемостью.

Следующая по степени детализации моделей динамо болевая точка астрофизических дискуссий связана с оценкой предельной напряжённости магнитного поля, создаваемого механизмом динамо. Естественно, такая оценка так или иначе связана с некоторыми балансными соотношениями. Простейшая идея такого рода основана на законе сохранения энергии: энергия, которую неустойчивость может переработать в магнитную энергию, не должна превышать полную энергию, запасённую в системе. Эта оценка, несмотря на её очень приблизительный характер, во многих конкретных астрономических задачах даёт вполне разумные результаты: магнитное поле многих небесных тел действительно можно оценить из соображений равномерного распределения магнитной энергии и кинетической энергии движений. Хитрость заключается, однако, в том, кинетическую энергию каких именно движений следует принимать во внимание. Дело в том, что, как правило, кинетическая энергия общего вращения небесного тела несопоставимо больше магнитной энергии, так что в оценке равномерного распределения речь обычно идёт об энергии случайных движений, причём её выделение из полной кинетической энергии не является простой задачей. Например, вдоль радиуса конвективной зоны Солнца существенно меняется плотность, а оценка конвективной скорости в глубине конвективной зоны достаточно неопределённая.

В 1990-х годах было осознано, что оценка равномерного распределения не раскрывает физики явления. Пионерскими здесь были статьи Вайнштейна, Катанео, Грузинова, Даймонда [122–124], однако современное понимание проблемы возникло после десятилетия ожесточённых дискуссий, которые мы не будем описывать во всех подробностях. Суть дела состоит в том, что запас кинетической энергии (прежде всего, энергии общего вращения) всегда более чем достаточен для того, чтобы создать желаемое магнитное поле, но динамо может прекратить свою работу потому, что окажется подавленным слабое звено цепи самовозбуждения магнитного поля —  $\alpha$ -эффект.

Отметим, что коэффициент  $\alpha$  имеет размерность скорости, причём скорость общего вращения типичной спиральной галактики порядка  $250 \text{ км с}^{-1}$ , среднеквадратичная скорость случайных движений порядка  $10 \text{ км с}^{-1}$ , а обычная оценка  $\alpha$ -эффекта составляет  $1 \text{ км с}^{-1}$ . Естественно думать, что магнитные силы прежде всего подавляют малое  $\alpha$ . С другой стороны, соображения симметрии заставляют сомневаться, что при оценке этого

подавления важно рассматривать баланс энергии:  $\alpha$  является псевдоскаляром, а энергия — скаляром [125]. И действительно, оказывается, что при оценке подавления  $\alpha$  гораздо более ограничительным, чем баланс энергии, оказывается баланс другой специфической для магнитной гидродинамики сохраняющейся величины [126] — магнитной спиральности, которая определяется как  $\int \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} d^3x$ , где  $\mathbf{V}$  — магнитное поле,  $\mathbf{A}$  — магнитный потенциал.

В силу того, что магнитный потенциал определён с точностью до калибровки, закон сохранения магнитной спиральности нелокальный: подходящим выбором калибровки плотность магнитной спиральности  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{V}$  в данной точке всегда можно обратить в нуль. С нелокальными законами сохранения работать, конечно, гораздо труднее, чем с локальным законом сохранения энергии. Тем не менее коллективными усилиями динамо-сообщества этому удалось научиться (см. обзор [127]). Отметим, что в этом месте ещё раз возникает идейная переключка между теорией динамо и квантовой механикой. В последней, как показывает знаменитый опыт Ааронова – Бома, магнитный потенциал тоже играет гораздо более самостоятельную роль, чем в привычных областях физики. Можно сказать, что и здесь квантовая механика позволяет лучше понять классическую [128].

Для нас важно то, что непосредственное использование соображений о балансе магнитной спиральности для оценки магнитного поля, генерируемого механизмом динамо, даёт вовсе не поле равномерного распределения, а существенно меньшую величину, причём отношение предельного магнитного поля к полю равномерного распределения контролируется магнитным числом Рейнольдса, которое в астрофизических задачах может быть огромным. Положение спасает то, что магнитная спиральность в ходе генерации магнитного поля не просто сохраняется, но и переносится различными механизмами, поэтому, как выясняется в ходе детального анализа конкретных моделей, в итоге величина магнитного поля оказывается достаточно близкой к величине магнитного поля равномерного распределения (см., например, обзор [127]). Отметим, что приоритетной работой, в которой впервые был поставлен вопрос об учёте баланса магнитной спиральности и её переносе, является работа [129], написанная в то время, когда один из её авторов — Н.И. Клиорин — был последним по времени аспирантом Зельдовича.

Естественно, непростые итоги дискуссии о подавлении спиральности хотелось бы подтвердить экспериментально и наблюдательно. Здесь в данный момент первенство за астрономическими наблюдениями. В результате целенаправленных многолетних усилий астрономов-солнечников разных стран удалось научиться (в рамках определённых допущений, неизбежных при интерпретации астрономических наблюдений) измерять плотность токовой спиральности магнитного поля (т.е. величину  $\mathbf{V} \cdot \mathbf{j}$ , где  $\mathbf{j}$  — электрический ток) в активных областях на Солнце, а по ней вычислять магнитную спиральность. Идея метода была высказана немецким астрономом Зеэхафером [130], близким к группе, разработавшей само понятие  $\alpha$ -эффекта. Во внедрении идеи огромную роль сыграли работы группы китайских астрономов под руководством Х. Жанга [131], которые провели по единой методике мониторинг эволюции магнитной спиральности в активных областях на Солнце за два последовательных солнечных цикла. Хотелось бы

также отметить весьма позитивную роль Российского фонда фундаментальных исследований в организации обработки данных китайских астрономов. Поддержка фонда сделала возможным непосредственный доступ российских специалистов к наблюдательным данным в ходе их получения. В ходе этой работы сформировался интернациональный коллектив, в который, наряду со специалистами КНР и России, вошли специалисты Великобритании, Израиля, США и Японии. Усилиями этого коллектива восстановлена широтно-временная эволюция токовой (и магнитной) спиральности в ходе двух солнечных циклов [132] или, говоря астрономическим языком, построена баттерфляй-диаграмма токовой спиральности за два цикла. Детальное описание этих результатов выходит за рамки настоящего обзора, отметим лишь, что форма полученного распределения, по крайней мере в общих чертах, соответствует ожиданиям стандартной теории солнечного динамо [133, 134].

Поучительно отметить, что до построения широтно-временного распределения токовой спиральности по данным наблюдений специалистам по моделированию солнечного динамо не приходило в голову описать, как должно выглядеть это распределение согласно теории. Фактически первая попытка такого рода в наиболее простой модели солнечного динамо была сделана в контексте объяснения наблюдательных данных в работе [135], причём выяснилось, что грубые черты этого распределения предсказываются на основании соображений симметрии и других элементарных идей. Конечно, более позднее детальное сопоставление данных наблюдений и теории является гораздо более сложной задачей.

Динамо-эксперименты тоже, конечно, дают материал для изучения процессов нелинейного насыщения динамо, однако здесь мы, по-видимому, находимся в самом начале пути и методы сопоставления этих результатов с идеями, сформировавшимися при изучении астрофизических моделей, ещё предстоит найти. Видимо, это одно из перспективных направлений будущих исследований.

Дальнейшая детализация моделей природных динамо связана с их привязкой к конкретной структуре течений в небесных телах. Оказывается, что и здесь ситуация в самом грубом приближении является обзримой. Набор небесных тел, для которых крупномасштабные магнитные поля хорошо изучены, не так велик: это Солнце и близкие к нему по своим свойствам звёзды, Земля и некоторые планеты (и их спутники), спиральные галактики. В Солнце и в галактиках управляющие параметры динамо не очень сильно превышают свои критические значения, так что для ориентировки можно считать, что подавление работы динамо определяется воздействием растущего магнитного поля на  $\alpha$ -эффект. В этих условиях в дисках галактик, в которых градиент угловой скорости параллелен плоскости диска, возникает монотонно растущее, а далее стабилизирующееся крупномасштабное магнитное поле. В сравнительно тонкой конвективной оболочке Солнца при градиенте угловой скорости, трансверсальном к границам оболочки, возникает периодическая (или квазипериодическая) магнитная конфигурация в виде бегущей вдоль оболочки волны магнитного поля, что и даёт известный солнечный цикл. Во внешнем ядре Земли ситуация более сложная, в этом случае чрезвычайно велика измеренная в естественных единицах скорость общего вращения. В самом деле, период вращения Солнца (около месяца)

естественно соотнести с периодом солнечного цикла (11 лет), а для Земли период её вращения (сутки) естественно соотнести с временем существенных изменений общего магнитного поля, которое никак не меньше тысяч лет. Исследования показывают, что в этих условиях магнитные силы могут существенно перестраивать крупномасштабные течения во внешнем ядре Земли. Так или иначе, на сравнительно небольших временных отрезках геомагнитное поле в первом приближении постоянно и вблизи поверхности Земли похоже на поле магнитного диполя, приблизительно параллельного оси вращения, однако палеомагнитные данные [136] показывают, что в ходе геологической истории направление этого диполя многократно (сотни раз) и очень быстро по геологическим меркам меняло свою ориентацию. Последовательность этих инверсий направления магнитного диполя производит впечатление случайной последовательности. Во всяком случае, она далека от периодичности.

Первые два режима работы природных динамо достаточно ожидаемы, и их можно соотнести с появлением в дисперсионных соотношениях комплексных корней с положительной действительной частью. Появление режимов с хаотическими инверсиями магнитного диполя общепризнано геологическим сообществом (см., например, [137]) и подкрепляется прямым численным моделированием в геодинамо [138], однако его экспериментальное подтверждение весьма желательно.

Замечательно, что все три типа временного поведения магнитных конфигураций, созданных механизмом динамо, обнаружены в эксперименте VKS в Кадараше (см. раздел 4). Конечно, этот эксперимент не воспроизводит непосредственно режимы динамо ни в одном из обсуждаемых типов небесных тел, однако экспериментальное подтверждение принципиальной возможности режима, напоминающего поведение геомагнитного поля в ходе геологической истории, является фундаментальным научным достижением.

Мы можем констатировать, что уже первые динамо-эксперименты существенно прояснили ряд трудных вопросов, возникших при изучении явления динамо астрофизическими методами. Существующие проекты будущих динамо-экспериментов дают надежду на то, что в обозримом будущем появятся лабораторные реализации динамо, основанных на совместном действии дифференциального вращения и  $\alpha$ -эффекта.

## 7. Успехи вычислительных экспериментов

Проблематика динамо-экспериментов имеет ещё один необычный аспект. В наше время трудно удивить применением методов вычислительной физики (компьютерного моделирования) для решения физических задач, однако при изучении динамо компьютерный эксперимент занимает совершенно особое место. Дело не столько в объёме компьютерных результатов в общем наборе сведений о динамо — скажем, квантовая химия тоже полна всевозможных численных результатов. Однако вряд ли кто-нибудь станет серьёзно сомневаться, что полезным введением в этот предмет являются стандартные учебники по квантовой механике. Образцовым примером такого учебника является *Квантовая механика* Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица, где численные результаты занимают очень скромное место, зато широко представлены разнообразные простые модели

квантово-механических систем, а точно или приближённо решаемые задачи о них являются основой для интерпретации численных результатов квантовой химии.

Формальная аналогия с квантовой механикой очень полезна при работе с моделями динамо (см., например, [139]), однако численные методы занимают при изучении динамо совсем другое положение. Исторически получилось так, что теория динамо развивалась параллельно с развитием вычислительной физики, так что сложность задач динамо росла приблизительно параллельно с ростом возможностей вычислительной физики. В итоге на каждом этапе развития физики не были вынуждены сначала выдумывать модельные, точно или приближённо решаемые задачи, и обращаться к численным методам лишь по исчерпанию этих возможностей. Кульминация этого параллельного развития пришлась на 1990-е годы, когда прямые численные методы в геодинamo достигли того уровня, на котором можно было не обращаться к моделям среднего поля или к каким-то иным упрощённым моделям, а описывать динамо на языке полных уравнений магнитной гидродинамики и получать при этом физически правдоподобные решения, разумно воспроизводящие наблюдения [140]. В результате на некоторое время среди специалистов по теории динамо распространилась иллюзия, что изучение динамо можно вести, опираясь лишь на вычислительный эксперимент и астрономические наблюдения, а использование традиционных методов теоретической физики является излишним. Особенно чувствительно это изменение научной атмосферы воспринималось в нашей стране, поскольку в тот момент отечественная физика не располагала ни техническими возможностями для решения численных задач такого класса, ни кадрами физиков, владеющими на соответствующем уровне численными методами. За прошедшие годы положение в значительной степени нормализовалось: в Россию пришли суперкомпьютеры, а российские физики научились на них работать (здесь нужно прежде всего отметить работы М.Ю. Решетняка, например [141], по прямому численному моделированию геодинamo).

Одновременно пришла и более сбалансированная оценка возможностей прямого численного моделирования. Выяснилось, что достижение реалистичных параметров космической плазмы — задача если и выполнимая, то в отдалённом и неопределённом будущем. Даже имея необходимые компьютерные ресурсы и программное обеспечение, для получения методами прямого численного моделирования реалистичных моделей динамо в конкретных небесных телах необходим огромный набор начальных или иных дополнительных условий, тогда как доступная из наблюдений информация очень скупа и относится обычно к совершенно иным величинам. Непосредственная демонстрация того, что полученные результаты модельно независимы, обычно требует объёма вычислений, выходящего за все разумные пределы. Иными словами, вычислительный эксперимент обладает сравнимым с лабораторным экспериментом набором недостатков, а эти недостатки как раз и восполняются методами теоретической физики.

К настоящему моменту теоретические методы в различных областях изучения динамо развиты очень неравномерно. Лучшее дело обстоит в моделях галактического динамо [142]. Удалось найти сравнительно простые и адекватные имеющейся наблюдательной

информации методы описания галактических магнитных полей, оперирующие только величинами, которые, по крайней мере потенциально, являются наблюдаемыми. При этом удаётся отказаться от описания деталей строения магнитного поля поперёк галактического диска. Соответствующую координату обычно обозначают  $z$ , так что такие модели получили не очень литературное название "no  $z$ -models" [143, 144]. Использование прямого численного моделирования в галактическом динамо ограничено теми сравнительно редкими задачами, в которых подобная детализация действительно оправдана.

Упрощённые модели динамо (например, динамо Паркера) широко используются и в моделях звёздных динамо, а огромный объём того, что известно о Солнце, делает оправданным широкое использование прямого численного моделирования, хотя и модели среднего поля занимают здесь достойное место (см., например, [145]). Напротив, в моделях геодинamo лишь с большим трудом удаётся найти хоть какие-то простые и доступные исследования методы (см., например, [146]), а информация о строении жидкого внешнего ядра Земли очень скупа.

Несмотря на то что "героическая эпоха" методов прямого численного моделирования в динамо, видимо, уже позади, роль численных методов в динамо огромна (см., например, [147, 148]).

В рамках данного обзора мы рассматриваем лишь два аспекта применения методов вычислительной физики в динамо. Во-первых, непосредственное применение прямого численного моделирования даёт наряду с тем, что нас действительно интересует, массу побочных малоинтересных результатов. Например, мы хотели бы знать крупномасштабное магнитное поле, скажем, Солнца и усреднённые данные о его мелкомасштабных магнитных полях, поскольку конкретная реализация случайного мелкомасштабного поля, которая неизбежно получается прямыми методами, всё равно непредсказуема. До некоторой степени отстроиться от такой паразитной информации можно методами описания случайных компонент решения с помощью каскадных моделей (см. далее раздел 7.2). С другой стороны, даже имея полное решение уравнений магнитной гидродинамики, нужно ещё научиться измерять интересующие нас величины (скажем,  $\alpha$ -эффект). Наивные методы быстро упираются в разнообразные трудности [149], так что требуется развитие специальной методики, получившей название метода тестового поля.

### 7.1. Метод тестового поля

Мы подробно остановились на теоретических и экспериментальных результатах решения проблемы определения транспортных коэффициентов, нахождения условий возникновения эффектов динамо среднего поля. Как выясняется, теория на сегодня наиболее эффективна при малых числах Рейнольдса, а проведение натурных измерений турбулентной ЭДС связано с возможностями постановки "чистого" эксперимента и возможностями измерительных методов в жидких металлах. Проблема воспроизведения согласованных результатов стоит очень остро. В этой ситуации на помощь могут прийти прямые численные методы. В последнее время был сформулирован и опробован на большом классе задач так называемый метод тестового поля (test field method)

[45, 46]. Ограничения по числам Рейнольдса, естественно, остаются, но они на 2–3 порядка слабее, чем в теоретических расчётах, использующих различные приёмы сглаживания. В то же время открывается полная свобода постановки вычислительного эксперимента и анализа полученных результатов.

Идея метода состоит в том, что расчёт делится на два потока: основной и тестовый. В основном потоке ведётся решение полной системы уравнений магнитной гидродинамики. В тестовом расчёте решается только уравнение индукции (3), в котором поле скорости берётся из основного расчёта, а среднее магнитное поле выбирается исходя из поставленной цели вычислительного эксперимента — вычисления той или иной компоненты тензоров  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  в выражении (8). Решение, полученное в тестовом потоке, позволяет вычислить  $\mathcal{E}$ , определяемое выражением (5), а значит, и выделить значение любого из коэффициентов в параметризации (10). Отметим ещё раз, что среднее магнитное поле как бы наложено извне, т.е. задано изначально. Однако принципиальным требованием к методу является независимость результатов от конкретного выбора тестового поля. Изначально метод разрабатывался для кинематического режима, когда магнитное поле растёт экспоненциально, но остаётся достаточно малым для того, чтобы не оказывать воздействия на поле скорости, однако выяснилось, что метод работает и в нелинейном режиме. Это позволяет проверять теоретические модели подавления турбулентных эффектов (quenching). Метод тестового поля был успешно применён для определения турбулентной ЭДС в условиях однородной изотропной турбулентности с учётом спиральности [150], сдвига [151] и с учётом обоих эффектов [152]. В условиях фоновой МГД-турбулентности был получен вклад перекрёстной спиральности в генерацию среднего поля [153].

## 7.2. Комбинированные модели

Развитие компьютерной базы позволило методам прямого численного моделирования приблизиться к той степени пространственного и временного разрешения, которая позволяет воспроизвести принципиально важные свойства динамо-процесса и прийти на помощь в решении теоретических проблем. Однако значения используемых чисел Рейнольдса остаются по-прежнему очень далёкими от значений, характерных для астрофизических объектов. Важно отметить, что увеличение разрешения на порядок приводит к росту числа узлов на три порядка и уменьшению шага по времени на два порядка (если ориентироваться на диффузионное время). В результате вычислительная трудоёмкость вырастает в  $10^5$  раз. Делать прогнозы относительно производительности вычислительной техники — не наша задача, но если следовать известному эмпирическому закону, что каждые 10 лет производительность компьютеров растёт примерно на порядок, то сделать такой расчёт будет реалистично лишь через 50 лет. Поэтому ближайшие перспективы применения прямых численных методов, скорее всего, будут связаны с усложнением физических моделей среды и более детальным анализом численных результатов.

Отметим, что переход к большим значениям чисел Рейнольдса — это не только наращивание компьютерных ресурсов, но и необходимость кардинально совершенствовать вычислительные алгоритмы и методы

интерпретации результатов. Таким образом, пытаясь моделировать многомасштабный процесс динамо, мы вынуждены отказаться от воспроизведения турбулентного потока во всей полноте и из огромного числа степеней свободы, которые формально необходимы для описания мелкомасштабного поля, оставить лишь относительно небольшое число переменных, описывающих поведение мелкомасштабных полей. Идея совмещения моделей динамо средних полей с динамическими моделями мелкомасштабной турбулентности легла в основу комбинированных моделей динамо, первая из которых была рассмотрена в [154].

Комбинированная модель, также называемая многомасштабной, представляет собой комбинацию модели динамо крупномасштабного магнитного поля в парадигме теории среднего поля и динамической маломодовой модели мелкомасштабного динамо. На роль модели крупномасштабного поля имеется множество кандидатов. Простейшей является модель  $\alpha^2$ -динамо, записываемая в виде системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд тороидальной и полоидальной компонент крупномасштабного магнитного поля [154, 155]. Примером более продвинутой модели, воспроизводящей динамику профиля крупномасштабного поля, является модель динамо в тонком галактическом диске, которая представляет собой одномерные уравнения в частных производных [156, 157]. Также представляется вполне разумным использование для описания крупномасштабного магнитного поля квазидвумерных моделей, например уже упоминавшихся "по  $z$ -models", учёт в которых мелкомасштабного поля также ведёт к реалистичному воспроизведению магнитного поля [158]. Главное, что все эти модели включают лишь крупномасштабные переменные, а влияние мелкомасштабного поля выражается через турбулентную ЭДС. Для описания динамики мелкомасштабных турбулентных полей наиболее естественными и удобными в расчётах являются каскадные модели МГД-турбулентности.

Аппарат каскадных моделей турбулентности был создан и развивался начиная с 1970-х годов при активном участии отечественных учёных, принадлежавших школе Колмогорова–Обухова. Каскадные уравнения заменяют сложные уравнения в частных производных относительно простой и доступной для численного исследования даже при очень больших значениях чисел Рейнольдса системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно невысокого порядка (несколько десятков переменных, характеризующих пульсации поля скорости и магнитного поля в различных масштабах, вплоть до диссипативных). Каскадные уравнения позволяют следить за динамикой спектральной плотности энергии пульсаций обоих полей, а также вычислять спектральные потоки и другие статистические характеристики, влияющие на крупномасштабные поля. Принципы построения каскадных уравнений основаны на строгом выполнении всех законов сохранения, справедливых для полных уравнений. Обобщение каскадных моделей на случай магнитной гидродинамики [159–161] показало их высокую эффективность в изучении спектральных свойств МГД-турбулентности. В настоящее время удаётся в достаточной степени формализовать вывод каскадных уравнений, провести классификацию моделей по их физическим свойствам и обосновать выбор модели для решения конкретной задачи. Систематиче-

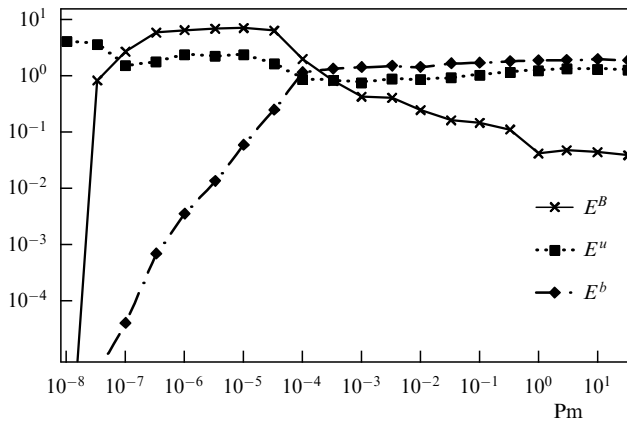


Рис. 11. Зависимость энергии крупномасштабного поля  $E^B$ , мелкомасштабной кинетической  $E^u$  и магнитной  $E^b$  энергии от магнитного числа Прандтля  $Pm$  при  $Re = 10^6$  в комбинированной модели  $\alpha^2$ -динамо. (Из работы [155].)

ское изложение этого материала с описанием наиболее значимых результатов, полученных при изучении МГД-турбулентности, можно найти в обзоре [162].

Ключевым элементом комбинированной модели являются соотношения, связывающие модели крупно- и мелкомасштабного поля. Выражения для транспортных коэффициентов, получаемые в теории среднего поля (см. раздел 2.3), имеют вид интегралов корреляционных характеристик по спектру, что естественным образом переписывается через сумму по каскадным переменным. Для того чтобы образовать замкнутую систему, влияние крупномасштабных переменных должно быть введено в каскадные уравнения. Конкретная разработка искомого сопряжения зависит от специфики рассматриваемой задачи, однако ряд возникающих при этом проблем носит общий характер и, как правило, решается с использованием законов сохранения для системы в целом [157]. Полученная комбинированная модель позволяет изучать нелинейную динамику магнитных полей в очень широком диапазоне параметров. В качестве примера на рис. 11 показан результат исследования с помощью комбинированной модели эффективности  $\alpha^2$ -динамо при различных значениях магнитного числа Прандтля: диапазон рассмотренных значений магнитного числа Прандтля составил 10 порядков! Построение комбинированных моделей динамо представляется очень перспективным направлением, в котором выдающиеся теоретические идеи могут найти своё место в рамках не менее выдающихся вычислительных подходов.

## 8. Заключение

Оглядываясь на представленную в этом обзоре историю изучения процессов генерации магнитных полей в движущейся проводящей жидкости за несколько последних десятилетий, мы видим, какой значительный путь прошла за это время наша область науки. Сам оборот "теория динамо", который по традиции применяется как название этой области, стал не вполне адекватным, поскольку у данного предмета возникли составляющие лабораторного и вычислительного эксперимента, которые постепенно становятся вровень с его теоретической составляющей. В нашем обзоре мы попытались проде-

монстрировать, как первоначальные теоретические идеи были подкреплены результатами усилий экспериментаторов и "численников". Именно эти люди сейчас ставят новые вопросы и задачи.

Десятилетия, которым посвящён обзор, были тяжёлыми для отечественной науки. Как нам кажется, в изучении процессов динамо отечественная наука смогла достойно пройти через эти испытания. Современное поколение смогло продолжить традиции, заложенные поколением Зельдовича, и открыло перспективы поиска в будущем точек соприкосновения динамо с интересами промышленности. Внушительный список литературы отражает откровенно международный характер динамо-сообщества, где российские исследователи занимают признанные позиции. Конечно, было бы наивным предполагать, что будущее открывает только радужные перспективы, однако определённый задел создан и есть, что развивать.

Работа была поддержана проектами РФФИ 11-01-00423-а, 12-02-00170-а, проектами РФФИ и администрации Пермского края (№ 11-01-96031-а, МИГ-245), грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских учёных — докторов наук МД-520.2013.2.

## Список литературы

1. Zel'dovich Ya B, Ruzmaikin A A, Sokoloff D D *Magnetic Fields in Astrophysics* (New York: Gordon and Breach, 1983) [Зельдович Я Б, Рузмайкин А А, Соколов Д Д *Магнитные поля в астрофизике* (М. – Ижевск: Инст. компьютер. исслед., РХД, 2006)]
2. Baliunas S L et al. *Astrophys. J.* **438** 269 (1995)
3. Fermi E *Phys. Rev.* **75** 1169 (1949)
4. Chandrasekhar S, Fermi E *Astrophys. J.* **118** 113 (1953)
5. Beck R et al. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **34** 155 (1996)
6. Larmor J (Sir), in *Report of the 87th Meeting of the British Association for the Advancement of Science, Bournemouth, September 9–13, 1919* (London: John Murray, 1920) p. 159; <http://www.biodiversitylibrary.org/item/96028>
7. Вайнштейн С И, Зельдович Я Б *УФН* **106** 431 (1972) [Vainshtein S I, Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. Usp.* **15** 159 (1972)]
8. Зельдович Я Б и др. *УФН* **152** 3 (1987) [Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. Usp.* **30** 353 (1987)]
9. Зельдович Я Б, Рузмайкин А А *УФН* **152** 263 (1987) [Zel'dovich Ya B, Ruzmaikin A A *Sov. Phys. Usp.* **30** 494 (1987)]
10. Рузмайкин А А *УФН* **150** 469 (1986) [Ruzmaikin A A *Sov. Phys. Usp.* **29** 1069 (1986)]
11. Молчанов С А, Рузмайкин А А, Соколов Д Д *УФН* **145** 593 (1985) [Molchanov S A, Ruzmaikin A A, Sokoloff D D *Sov. Phys. Usp.* **28** 307 (1985)]
12. Северный А Б *УФН* **88** 3 (1966) [Severnyi A B *Sov. Phys. Usp.* **9** 1 (1966)]
13. Childress S, Gilbert A D *Stretch, Twist, Fold: the Fast Dynamo* (Berlin: Springer, 1995)
14. Alfvén H *Rev. Geophys.* **15** 271 (1977)
15. Пономаренко Ю Б *Журн. прикл. мех. тех. физ.* (6) 47 (1973) [Ponomarenko Yu B *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **14** 775 (1973)]
16. Zel'dovich Ya B, Ruzmaikin A A, Sokoloff D D *The Almighty Chance* (World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 20) (Singapore: World Scientific, 1990) p. 316
17. Казанцев А П *ЖЭТФ* **53** 1806 (1967) [Kazantsev A P *Sov. Phys. JETP* **26** 1031 (1968)]
18. Kraichnan R H, Nagarajan S *Phys. Fluids* **10** 859 (1967)
19. Parker E N *Astrophys. J.* **122** 293 (1955)
20. Steenbeck M, Krause F, Rädler K-H *Z. Naturforsch. A* **21** 369 (1966)
21. Rädler K-H, Brandenburg A *Phys. Rev. E* **77** 026405 (2008)
22. Зельдович Я Б *ЖЭТФ* **31** 154 (1956) [Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. JETP* **4** 460 (1957)]

23. Zel'dovich Ya B et al. *J. Fluid Mech.* **144** 1 (1984)
24. Арнольд В И и др. *ДАН СССР* **266** 1357 (1982) [Arnol'd V I et al. *Sov. Phys. Dokl.* **27** 814 (1982)]
25. Зельдович Я Б *ЖЭТФ* **7** 1466 (1937)
26. Kogan V R, Kolokolov I V, Lebedev V V *J. Phys. A Math. Theor.* **43** 182001 (2010)
27. Велихов Е П *ЖЭТФ* **36** 1399 (1959) [Velikhov E P *Sov. Phys. JETP* **9** 995 (1959)]
28. Велихов Е П *Письма в ЖЭТФ* **82** 785 (2005) [Velikhov E P *JETP Lett.* **82** 696 (2005)]
29. Кичатинов Л Л *УФН* **175** 475 (2005) [Kichatinov L L *Phys. Usp.* **48** 449 (2005)]
30. Krause F, Rädler K-H *Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1980)
31. Rädler K-H, Kleeorin N, Rogachevskii I *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **97** 249 (2003)
32. Rädler K-H, Stepanov R *Phys. Rev. E* **73** 056311 (2006)
33. Rädler K-H *Monatsber. Deutsch. Akad. Wissenschaft. Berlin* **11** 194 (1969)
34. Moffatt H K, Proctor M R E *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **21** 265 (1982)
35. Tobias S M, Cattaneo F *Nature* **497** 463 (2013)
36. Weiss N O *Proc. R. Soc. Lond. A* **293** 310 (1966)
37. Степанов Р А *Астрон. журн.* **76** 243 (1999) [Stepanov R A *Astron. Rep.* **43** 205 (1999)]
38. Brandenburg A, Urrin V *Astron. Astrophys.* **332** L41 (1998)
39. Rädler K-H, Brandenburg A *Astron. Nachr.* **331** 14 (2010)
40. Yoshizawa A *Phys. Fluids B* **2** 1589 (1990)
41. Yoshizawa A *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **45** 129 (1993)
42. Sur S, Brandenburg A *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **399** 273 (2009)
43. Yokoi N *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **107** 114 (2013)
44. Krause F, Rädler K H, in *Ergebnisse der Plasmaphysik und der Gaselektronik* (Eds R Rompe, M Steenbeck) Vol. 2 (Berlin: Akademie-Verlag, 1971) p. 1
45. Schrinner M et al. *Astron. Nachr.* **326** 245 (2005)
46. Schrinner M et al. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **101** 81 (2007)
47. Rädler K-H, Rheinhardt M *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **101** 117 (2007)
48. Gailitis A et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4365 (2000)
49. Gailitis A et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 3024 (2001)
50. Stieglitz R, Müller U *Phys. Fluids* **13** 561 (2001)
51. Monchaux R et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 044502 (2007)
52. Ravelet F et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 074502 (2008)
53. Fuchs H, Rädler K-H, Rheinhardt M *Astron. Nachr.* **320** 129 (1999)
54. Bullard E (Sir) *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* **51** 744 (1955)
55. Bourgoin M et al. *New J. Phys.* **8** 329 (2006)
56. Herzenberg A *Philos. Trans. R. Soc. London A* **250** 543 (1958)
57. Brandenburg A, Moss D, Soward A M *Proc. R. Soc. Lond. A* **454** 1283 (1998)
58. Lowes F J, Wilkinson I *Nature* **198** 1158 (1963)
59. Ruzmaikin A, Sokoloff D, Shukurov A *J. Fluid Mech.* **197** 39 (1988)
60. Gilbert A D *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **44** 241 (1988)
61. Гаилитис А, Фрейберг Я *Магнитная гидродинамика* **12** (2) 3 (1976) [Gailitis A, Freiberg Ya *Magnetohydrodynamics* **12** 127 (1976)]
62. Соловьев А А *ДАН СССР* **282** 44 (1985)
63. Степанов Р А, Фрик П Г "Винтовое МГД-динамо в реальных потоках в трубах", в сб. *Гидродинамика: Сб. научных трудов ПГУ Вып. 12* (Пермь: Пермский гос. ун-т, 1999) с. 240
64. Stefani F, Gerbeth G, Gailitis A, in *Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconducting Flows* (Fluid Mechanics and Its Applications, Vol. 51, Eds A Alemany, Ph Marty, J P Thibault) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1999) p. 31
65. Лупян Е А, Шукуров А М *Магнитная гидродинамика* **28** (3) 29 (1992) [Lupyay E A, Shukurov A *Magnetohydrodynamics* **28** 234 (1992)]
66. Гаилитис А К и др. *Магнитная гидродинамика* **23** (4) 3 (1987) [Gailitis A K et al. *Magnetohydrodynamics* **23** 349 (1987)]
67. Денисов С А и др. *Докл. РАН* **365** 478 (1999) [Denisov S A et al. *Dokl. Phys.* **44** 231 (1999)]
68. Денисов С А и др. *Изв. РАН Механика жидкости и газа* (5) 73 (2001) [Denisov S A et al. *Fluid Dynamics* **36** 734 (2001)]
69. Frick P et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 143 (2002)
70. Noskov V et al. *Eur. Phys. J. B* **41** 561 (2004)
71. Stepanov R et al. *Phys. Rev. E* **73** 046310 (2006)
72. Frick P et al. *Magnetohydrodynamics* **48** 31 (2012)
73. Степанов Р А, Чупин А В, Фрик П Г *Вычислительная механика сплошных сред* **1** (1) 109 (2008)
74. Dobler W, Frick P, Stepanov R *Phys. Rev. E* **67** 056309 (2003)
75. Chupin A, Frick P, Stepanov R *Astron. Nachr.* **332** 11 (2011)
76. Денисов С А и др. *Письма в ЖЭТФ* **88** 198 (2008) [Denisov S A et al. *JETP Lett.* **88** 167 (2008)]
77. Khalilov R, Kolesnichenko I, Stepanov R *Magnetohydrodynamics* **49** 73 (2013)
78. Frick P et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 184502 (2010)
79. Noskov V et al. *Phys. Rev. E* **85** 016303 (2012)
80. Rädler K-H, Stepanov R *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **100** 379 (2006)
81. Steenbeck M et al. *Monatsber. Deutsch. Akad. Wissenschaft. Berlin* **9** 714 (1967)
82. Штеенбек М, Краузе Ф *Магнитная гидродинамика* **3** (3) 19 (1967) [Steenbeck M, Krauze F *Magnetohydrodynamics* **3** 8 (1967)]
83. Гаилитис А К *Магнитная гидродинамика* **3** (3) 45 (1967) [Gailitis A *Magnetohydrodynamics* **3** 23 (1967)]
84. Roberts G O *Philos. Trans. R. Soc. London A* **271** 411 (1972)
85. Busse F H *Geophys. J. Int.* **42** 437 (1975)
86. Буссе Ф и др. *Магнитная гидродинамика* **32** 259 (1996) [Busse F et al. *Magnetohydrodynamics* **32** 235 (1996)]
87. Rädler K-H et al. *Studia Geophys. Geodaetica* **42** 224 (1998)
88. Tilgner A *Phys. Lett. A* **226** 75 (1997)
89. Rädler K-H et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 41 (2002)
90. Rädler K-H et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 73 (2002)
91. Stieglitz R, Müller U *Magnetohydrodynamics* **38** 27 (2002)
92. Colgate S A et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 129 (2002)
93. Colgate S A *Astron. Nachr.* **327** 456 (2006)
94. Forest C B et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 107 (2002)
95. Spence E J et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 055002 (2006)
96. Spence E J et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 164503 (2007)
97. Nornberg M D et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 044503 (2006)
98. Marié L et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 163 (2002)
99. Marié L et al. *Eur. Phys. J. B* **33** 469 (2003)
100. Odier P, Pinton J-F, Fauve S *Phys. Rev. E* **58** 7397 (1998)
101. Bourgoin M et al. *Magnetohydrodynamics* **40** 3 (2004)
102. Ravelet F et al. *Phys. Fluids* **17** 117104 (2005)
103. Pétrélis F et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 174501 (2003)
104. Volk R et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 074501 (2006)
105. Stefani F et al. *Eur. J. Mech. B* **25** 894 (2006)
106. Giesecke A, Stefani F, Burguete J *Phys. Rev. E* **86** 066303 (2012)
107. Gallet B, Pétrélis F, Fauve S *J. Fluid Mech.* **727** 161 (2013)
108. Cardin P et al. *Magnetohydrodynamics* **38** 177 (2002)
109. Nataf H-C et al. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **100** 281 (2006)
110. Gillet N et al. *J. Fluid Mech.* **580** 83 (2007)
111. Schmitt D et al. *J. Fluid Mech.* **604** 175 (2008)
112. Nataf H-C *Comptes Rendus Physique* **14** 248 (2013)
113. Rieutord M et al. *Phys. Rev. E* **86** 026304 (2012)
114. Lathrop D, in *549. Wilhelm und Else Heraeus-Seminar "Liquid Metal MHD", 15th–18th October, 2013, Physikzentrum Bad Honnef, Germany*
115. Reighard A B, Brown M R *Phys. Rev. Lett.* **86** 2794 (2001)
116. Рузмайкин А А, Соколов Д Д, Шукуров А М *Магнитные поля галактик* (М.: Наука, 1988)
117. Parker E N *Conversations on Electric and Magnetic Fields in the Cosmos* (Princeton: Princeton Univ. Press, 2007) [Паркер Ю *Беседы об электрических и магнитных полях в космосе* (М.–Ижевск: Инст. компьютер. исслед., РХД, 2010)]
118. Hughes D W, Proctor M R E, Cattaneo F *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **414** L45 (2011)
119. Hale G E et al. *Astrophys. J.* **49** 153 (1919)
120. Stenflo J O, Kosovichev A G *Astrophys. J.* **745** 129 (2012)
121. Tlatov A et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **432** 2975 (2013)
122. Cattaneo F, Vainshtein S I *Astrophys. J. Lett.* **376** L21 (1991)

123. Vainshtein S I, Cattaneo F *Astrophys. J.* **393** 165 (1992)
124. Gruzinov A V, Diamond P H *Phys. Rev. Lett.* **72** 1651 (1994)
125. Kleeorin N et al. *Astron. Astrophys.* **361** L5 (2000)
126. Moffatt H K *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978) [Моффат Г К *Возбуждение магнитного поля в проводящей среде* (М.: Мир, 1980)]
127. Brandenburg A, Subramanian K *Phys. Rep.* **417** 1 (2005)
128. Парадоксов П УФН **89** 707 (1966) [Paradoksov P *Sov. Phys. Usp.* **9** 618 (1967)]
129. Kleeorin N I, Ruzmaikin A A *Astron. Nachr.* **305** 265 (1984)
130. Seehafer N *Solar Phys.* **125** 219 (1990)
131. Bao S, Zhang H *Astrophys. J. Lett.* **496** L43 (1998)
132. Zhang H et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.* **402** L30 (2010)
133. Zhang H et al. *Astrophys. J.* **751** 47 (2012)
134. Pipin V V et al. *Astrophys. J.* **768** 46 (2013)
135. Шу Х и др. *Астрон. журн.* **86** 182 (2009) [Xu H et al. *Astron. Rep.* **53** 160 (2009)]
136. Gradstein F M, Ogg J G, Smith A G (Eds) *A Geologic Time Scale 2004* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005)
137. Печерский Д М, Соколов Д Д (Сост.) "Палеомагнитный словарь" (2011), <http://paleomag.ifz.ru/books.html>
138. Olson P L et al. *Phys. Earth Planet. Inter.* **180** 66 (2010)
139. Galitsky V M, Sokoloff D D *Acta Astron. Geophys. Univ. Comenianae* **19** 1 (1997)
140. Glatzmaier G A et al. *Nature* **401** 885 (1999)
141. Hejda P, Reshetnyak M *Phys. Earth Planet. Inter.* **177** 152 (2009)
142. Ruzmaikin A A, Shukurov A M, Sokoloff D D *Magnetic Fields of Galaxies* (Astrophysics and Space Science Library, Vol. 133) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1988)
143. Subramanian K, Mestel L *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **265** 649 (1993)
144. Moss D *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **275** 191 (1995)
145. Pipin V V, in *Solar and Astrophysical Dynamos and Magnetic Activity, Proc. of the International Astronomical Union (IAU Symp., Vol. 294, Eds A G Kosovichev, E de Gouveia Dal Pino, Y Yan)* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2013) p. 375
146. Собоко Г С и др. *Геомагн. и аэрономия* **52** 271 (2012) [Sobko G S et al. *Geomagn. Aeron.* **52** 254 (2012)]
147. Brandenburg A *Space Sci. Rev.* **144** 87 (2009)
148. Brandenburg A, Sokoloff D, Subramanian K *Space Sci. Rev.* **169** 123 (2012)
149. Brandenburg A, Sokoloff D *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **96** 319 (2002)
150. Sur S, Brandenburg A, Subramanian K *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **385** L15 (2008)
151. Brandenburg A et al. *Astrophys. J.* **676** 740 (2008)
152. Mitra D et al. *Astron. Astrophys.* **495** 1 (2009)
153. Rheinhardt M, Brandenburg A *Astron. Astrophys.* **520** A28 (2010)
154. Соколов Д Д, Фрик П Г *Астрон. журн.* **80** 556 (2003) [Sokoloff D D, Frick P G *Astron. Rep.* **47** 511 (2003)]
155. Frick P, Stepanov R, Sokoloff D *Phys. Rev. E* **74** 066310 (2006)
156. Stepanov R, Frick P, Sokoloff D *Astron. Nachr.* **327** 481 (2006)
157. Степанов Р А, Фрик П Г, Соколов Д Д *Вычислительная механика сплошных сред* **1** (4) 97 (2008)
158. Moss D et al. *Astron. Astrophys.* **537** A68 (2012)
159. Фрик П Г *Магнитная гидродинамика* **20** (3) 48 (1984) [Frik P G *Magnetohydrodynamics* **20** 262 (1984)]
160. Frick P, Sokoloff D *Phys. Rev. E* **57** 4155 (1998)
161. Мизева И А, Степанов Р А, Фрик П Г *Докл. РАН* **424** 479 (2009) [Mizeva I A, Stepanov R A, Frik P G *Dokl. Phys.* **54** 93 (2009)]
162. Plunian F, Stepanov R, Frick P *Phys. Rep.* **523** 1 (2013)

## Dynamo: from an astrophysical model to laboratory experiments

### D.D. Sokoloff

Department of Physics, Lomonosov Moscow State University,  
Leninskie Gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation  
Tel. +7 (495) 939 10 33, +7 (945) 939 23 46  
E-mail: sokoloff.dd@gmail.com

### R.A. Stepanov

Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,  
ul. Akademika Koroleva 1, 614013 Perm, Russian Federation  
E-mail: rodion@icmm.ru

Perm National Research Polytechnic University,  
Komsomol'skii prosp. 29, 614990 Perm, Russian Federation

### P.G. Frick

Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,  
ul. Akademika Koroleva 1, 614013 Perm, Russian Federation  
E-mail: frick@icmm.ru

Magnetic field generation and evolution in celestial bodies — the subject matter of the theory of the dynamo — held Ya. B. Zeldovich's interest for years. Over the time since then the study of the dynamo process has developed from a part of theoretical astro- and geophysics to a self-contained domain of physics, with the possibility of laboratory dynamo experiments. We give some theoretical background and discuss laboratory dynamo experiments (including those conducted in Russia) as well as their impact on dynamo theory and its astrophysical applications.

PACS numbers: 07.55.Db, **41.20.-q**, **91.25.-r**, 96.12.Hg, 96.60.Hv

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201403g.0313

Bibliography — 162 references

Received 1 October 2013

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **184** (3) 313–335 (2014)

*Physics–Uspekhi* **57** (3) (2014)